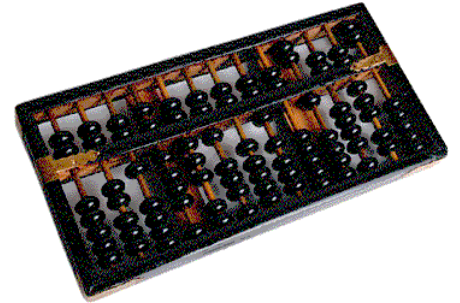


EXPLORATION : LA SOUSTRACTION



1. En disposant bien deux règles graduées ordinaires, on peut fabriquer une machine qui permet de soustraire. Calcule $7 - 4$ avec une telle machine et décris-en le fonctionnement.



2. A l'aide de nos règles qui permettent de travailler avec les nombres de (-25) à 25 (voir « machine à additionner »), effectue les soustractions suivantes :

Série 1	Série 2	Série 3
$-3 - (-7) =$	$+12 - (-7) =$	$-125 - (+85) =$
$-5 - (+2) =$	$-12 - (+7) =$	$-123 - (-12) =$
$+17 - (-2) =$	$-12 - (-7) =$	$+230 - (-80) =$
$-3 - (+4) =$	$-15 - (-6) =$	$-230 - (+80) =$
$-2 - (+5) =$	$-15 - (+6) =$	$-230 - (-80) =$
$-15 - 0 =$	$+15 - (-6) =$	

3. Avec des jetons

Refais les calculs ci-dessous avec des jetons de 2 couleurs : noirs et blancs.
Une seule règle, un jeton noir (-1) et un jeton blanc $(+1)$, ensemble, donne 0.

4. Dans mon livre de compte :
 - a) J'ajoute 100 € ;
 - b) Je soustrais 100 € ;
 - c) J'inscris une dette de 100 € ;
 - d) Je biffe une dette de 100 €.

Quelles sont les opérations qui ont le même effet ? Explique.

 **Théorie page 25**

4. LA SOUSTRACTION DES ENTIERS (ET DES RATIONNELS)

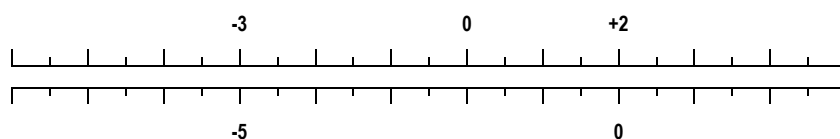
Exploration : La soustraction

4.1. Trois modèles pour soustraire

4.1.1. Les lattes

Pour calculer la différence suivante : $-3 - (-5)$

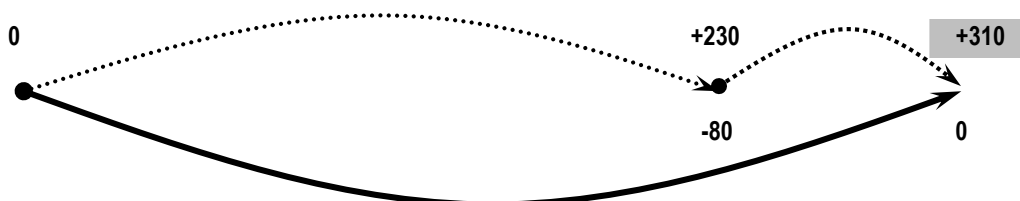
-
-
-



4.1.2. Quand la latte est trop courte : le schéma

Pour calculer la différence entre -80 et $+230$, on schématise la position des lattes :

$$+230 - (-80) = +310$$



4.1.3. Les avoirs et les dettes

Retrancher 100 Euros a le même effet que de contracter une dette de 100 Euros :

$$a - 100 = a + (-100)$$

Supprimer une dette de 100 Euros a le même effet que de recevoir 100 Euros :

$$a - (-100) = a + (+100)$$

4.2. Règle de calcul de la somme de deux nombres entiers

Soustraire un nombre, c'est additionner son opposé.

Exemples :

$+12 - (+5) = +12 + (-5) = +7$	$-12 - (+5) = -12 + (-5) = -17$
$+12 - (-5) = +12 + (+5) = +17$	$-12 - (-5) = -12 + (+5) = -7$

4.3. Applications

1] Transforme les différences suivantes en somme de termes puis calcule :

$-8 - (+14) =$	$-13 - (+13) =$
$-10 - (-30) =$	$0 - (-28) =$
$+17 - (+8) =$	$+59 - 0 =$
$+46 - (-23) =$	$-12 - (-9) =$
$-4 - (-4) =$	$-57 - (+15) =$

2] Calcule :

- a) $-10 - (-7) =$
- b) $-11 - (-10) =$
- c) $-2 - (-11) =$
- d) $+3 - (-2) =$
- e) $+7 - (+3) =$
- f) $+3 - (+7) =$
- g) $+11 - (+3) =$
- h) $+11 - (+11) =$
- i) $+9 - (+11) =$



3] Enlève tous les signes inutiles, puis calcule-les en respectant la disposition habituelle.

- | | |
|------------------|----------------------------------|
| a) $+14 - (-7)$ | f) $-8 - (-10)$ |
| b) $-23 - (+9)$ | g) $-40 + (-64)$ |
| c) $+15 - (+28)$ | h) $+9 - (-6) + (-17) - (+8)$ |
| d) $-52 - (-32)$ | i) $+15 - (-34) + (-48) - (-28)$ |
| e) $0 - (-39)$ | j) $-39 - (+71) + (+5) - (-8)$ |

Rappel :

Dans toute expression comprenant plusieurs opérations, on commence toujours par effectuer les parenthèses. S'il n'y en a pas, par convention, les opérations se feront de gauche à droite.

4] Calcule (dans ton cahier d'exercices) :

- | | |
|--------------------------|--|
| a) $-5 - (4 - 3)$ | d) $-10 + 1 - (-5 + 7)$ |
| b) $(-5 - 4) - 3$ | e) $-(14 - 30 + 8) + (-7 - 4) - (4 + 6)$ |
| c) $(-7 - 9) + (-4 - 6)$ | f) $(12 - 15) - [-(-14 - 18 + 28) + 8 - (-4)]$ |

5] Résous les équations suivantes :

- | | |
|---------------------|-----------------------------------|
| a) $x - (-9) = +16$ | d) $17 - x - (-38) = 16$ |
| b) $x - 14 = -35$ | e) $-29 + x - (+23) = 14 - (-13)$ |
| c) $-x - 32 = +43$ | f) $27 - x = -23$ |

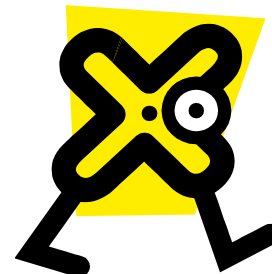
EXPLORATION : LA MULTIPLICATION



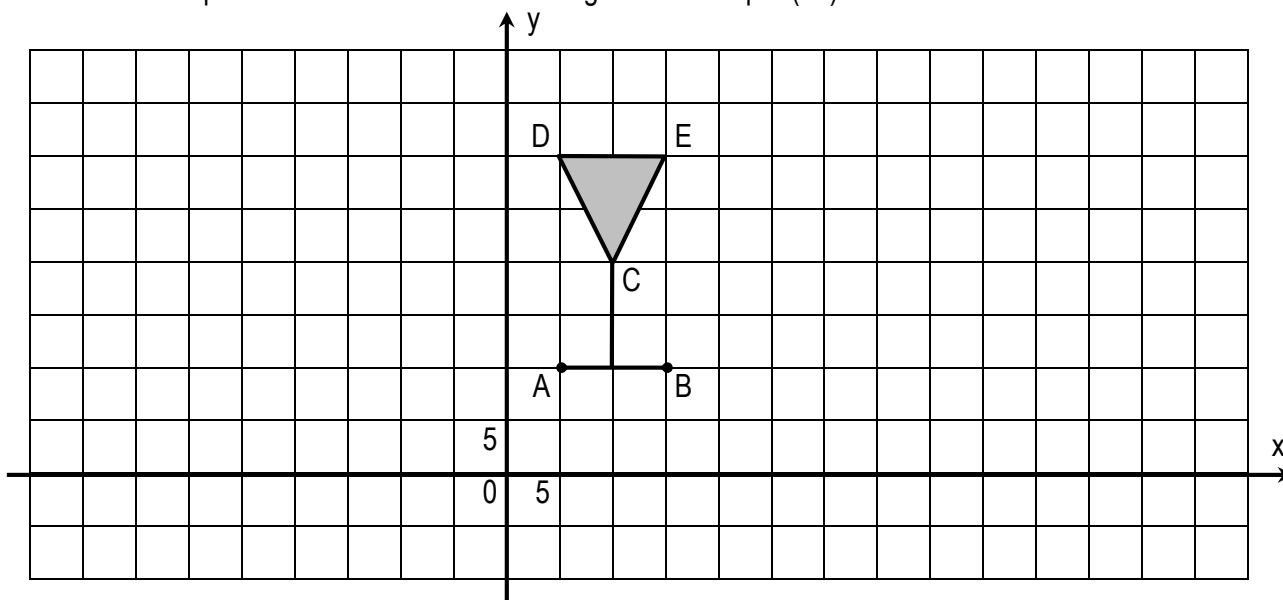
1. Effectue les multiplications suivantes en veillant à ce que les produits avec des nombres négatifs prolongent les régularités des calculs avec des nombres positifs :

$$\begin{aligned} 5 \cdot 4 &= \\ 5 \cdot 3 &= \\ 5 \cdot 2 &= \\ 5 \cdot 1 &= \\ 5 \cdot 0 &= \\ 5 \cdot (-1) &= \\ 5 \cdot (-2) &= \\ 5 \cdot (-3) &= \end{aligned}$$

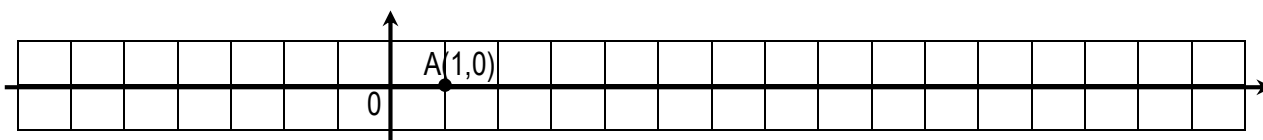
$$\begin{aligned} 5 \cdot (-3) &= \\ 4 \cdot (-3) &= \\ 3 \cdot (-3) &= \\ 2 \cdot (-3) &= \\ 1 \cdot (-3) &= \\ 0 \cdot (-3) &= \\ (-1) \cdot (-3) &= \\ (-2) \cdot (-3) &= \end{aligned}$$



2. Qu'obtient-on si on multiplie les abscisses des points de la figure suivante par (-2) sans modifier les ordonnées ?
Et si on multiplie ensuite les abscisses de la figure obtenue par (-2) ?



3. On multiplie l'abscisse du point A par -2 , puis l'abscisse de cette image par -5 , puis l'abscisse du point obtenu par $-1/2$ et enfin cette dernière abscisse par -3 . Quelles seront les coordonnées du point qu'on obtient finalement ?



Théorie page 37



4. LE BON SIGNE

Si « a » est un nombre positif et « b » un nombre négatif, quel est le signe des expressions suivantes (mets une croix dans la bonne colonne) :

	+	-	Ça dépend	Remarque
$-a$				
ab				
$-4ab$				
$-5b$				
$-4a.b$				
$-a.(-b)$				
$3b.(-5)a$				

5. VALEURS NUMERIQUES

a) Série 1 : Calcule les valeurs numériques des expressions suivantes

Valeurs numériques si...	... $x = 4$ et $y = 5$... $x = -4$ et $y = -5$
$-2x(-y)$		
$-2x - y$		
$-2(x + y)$		

b) Série 2 : Calcule les valeurs numériques des expressions suivantes

Valeurs numériques si...	... $x = -3$ et $y = -10$... $x = -1$ et $y = -2$
$x + xy$		
$2x + y$		
$x^2 + y$		
$x - xy$		
$-2x - y$		
$-x^2 + y$		



6. Puissances

- Calcule $(-2)^n$ (n est un naturel) pour toutes les valeurs de n inférieures à 9.
- Même question pour -2^n .
- Comparer les résultats obtenus à celui de 2^n .

n	1	2	3	4	5	6	7	8
2^n								
$(-2)^n$								
-2^n								

 **Théorie page 43**



5. LA MULTIPLICATION

Exploration : La multiplication (1 à 4)

Plus question d'utiliser deux lattes pour multiplier deux nombres ; impossible d'imaginer ce que représenterait le produit de deux dettes. Par contre, en prolongeant les régularités de calculs, il est possible de prévoir ce que pourrait donner le produit de deux nombres rationnels.

5.1. Prolonger des suites

$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot (-2) = -6$
$3 \cdot 2 = 6$	$2 \cdot (-2) = -4$
$3 \cdot 1 = 3$	$1 \cdot (-2) = -2$
$3 \cdot 0 = 0$	$0 \cdot (-2) = 0$
$3 \cdot (-1) = -3$	$-1 \cdot (-2) = 2$
$3 \cdot (-2) = -6$	$-2 \cdot (-2) = 4$
$3 \cdot (-3) = -9$	$-3 \cdot (-2) = 6$

Dans la première colonne, les produits diminuent de 3 unités. Ce qui nous amène à répondre que :

$$3 \cdot (-1) = -3 \quad \text{et} \quad 3 \cdot (-2) = -6$$

Ces résultats peuvent être expliqués si on se rappelle que multiplier par 3, c'est additionner 3 fois le même terme :

$$3 \cdot (-1) = -1 + (-1) + (-1) = -3$$

$$3 \cdot (-2) = -2 + (-2) + (-2) = -6$$

Dans la deuxième colonne, les produits augmentent chaque fois de 2. Donc :

$$-1 \cdot (-2) = 2 \quad -2 \cdot (-2) = 4 \quad -3 \cdot (-2) = 6$$

5.2. Règle de calcul du produit de deux nombres entiers

Exemples :

$$5 \cdot 4 = 20 \quad -5 \cdot (-4) = 20$$

$$5 \cdot (-4) = -20 \quad -5 \cdot 4 = -20$$

A partir de ces quatre exemples, il est possible de trouver une règle qui permettra d'obtenir le produit de deux facteurs donnés.

Le produit de deux nombres entiers est le nombre entier qui s'obtient de la manière suivante:

- La valeur absolue du produit est.....
-
- son signe est
-

Cette règle est aussi d'applications aux nombres rationnels.

En utilisant cette règle, exprime plus simplement les produits suivants:

$-9 \cdot (+8) =$ $+7 \cdot (-8) =$ $-15 \cdot (-12) =$ $+8 \cdot (-4) =$ $0 \cdot (-19) =$	$+14 \cdot (+1) =$ $-12 \cdot (-1) =$ $-1 \cdot (-14) =$ $+24 \cdot (-1) =$ $-1 \cdot (+31) =$
---	--

Remarque:

L'observation des quatre derniers calculs nous montre que le produit d'un nombre et de (-1) vaut l'opposé de ce nombre.

En L.M.: $\forall x \in \mathbb{Q} : x \cdot (-1) = -x = -1 \cdot x$

Simplification d'écriture

Comme nous venons de le voir, un facteur peut être positif ou négatif.

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \in \mathbb{Z}^+ \text{ ou } x \in \mathbb{Z}^-.$$

Quand deux camps s'opposent, il suffit qu'un des deux camps ait un signe distinctif ; l'autre se distinguera alors, par l'absence de ce signe.

Dès lors, nous conviendrons que

- 1] le signe $-$ d'un nombre doit toujours s'écrire devant sa valeur absolue.
- 2] le signe $+$ d'un nombre peut ne pas s'écrire devant sa valeur absolue.

+17 peut s'écrire 17

Attention, dans ce cas le nombre 17 possède le signe $+$ mais on ne l'a pas écrit.

Exercices

Simplifie les expressions suivantes (supprime les parenthèses et les signes $+$ inutiles) puis calcule-les.

Exemple: $(-8) \cdot (+9) = -8 \cdot 9 = -72$

$(+14) \cdot (-4)$	=
$(-17) \cdot (-8)$	=
$(+9) \cdot (+4)$	=
$0 \cdot (+2)$	=
$(-12) \cdot (+3)$	=
$(-5) \cdot (+3) \cdot (+2) \cdot (-7) \cdot (+1)$	=
$(+6) \cdot (-2) \cdot (+3) \cdot (-4) \cdot 0$	=
$(+4) \cdot [(-1) \cdot (-7)] \cdot (-3)$	=
$[(+4) \cdot (-1)] \cdot [(-7) \cdot (-3)]$	=
$(+4) \cdot [(-1) \cdot (-7) \cdot (-3)]$	=

5.3. Propriétés de la multiplication des nombres rationnels

Rappelle-toi des propriétés de la multiplication des nombres naturels.

Nous avons vu que dans \mathbb{N} , la multiplication est :

-
-
-
-

Ces quatre propriétés sont-elles encore vérifiées si les nombres sont rationnels ?

En résumé, dans \mathbb{Q} (ou \mathbb{Z}),

La multiplication est commutative :

$$\forall x, y \in \mathbb{Q} : x \cdot y = y \cdot x$$

La multiplication est associative :

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Q} : (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

La multiplication admet un facteur neutre : 1

$$\forall x \in \mathbb{Q} : x \cdot 1 = x = 1 \cdot x$$

- La multiplication admet un facteur absorbant : 0

$$\forall x \in \mathbb{Q} : x \cdot 0 = 0 = 0 \cdot x$$

5.4. Le produit de plusieurs facteurs

Soit à calculer : $-5 \cdot (-7) \cdot 6 \cdot (-3) \cdot 8$

1^{ère} méthode

Par associations successives des facteurs de gauche à droite :

$$\begin{aligned} & \underbrace{-5 \cdot (-7)}_{35} \cdot 6 \cdot (-3) \cdot 8 \\ &= \underbrace{35 \cdot 6}_{210} \cdot (-3) \cdot 8 \\ &= \underbrace{210 \cdot (-3)}_{-630} \cdot 8 \\ &= \underbrace{-630 \cdot 8}_{-5040} \\ &= -5040 \end{aligned}$$

2^e méthode (plus rapide)

Règle: Produit de plusieurs facteurs

Le produit de plusieurs nombres entiers est le nombre entier obtenu de la manière suivante:

- ◆ la valeur absolue du produit est égale au produit des valeurs absolues des nombres.
- ◆ son signe est
 - + si le nombre de facteurs affectés du signe - est pair.
 - si le nombre de facteurs affectés du signe - est impair.

Exercices

1] Réduis les produits suivants

$$\begin{aligned} & -3 \cdot 7 \cdot (-6) \cdot 3 \cdot (-2) = \\ & 2 \cdot (-8) \cdot (-4) \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-7) = \\ & 6 \cdot (-2) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot (-5) = \\ & -1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot 6 = \\ & -4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-6) = \\ & -6 \cdot 4 \cdot 0 \cdot (-8) \cdot (-7) = \end{aligned}$$

2] Rappel: Nous écrivons la partie littérale des monômes dans l'ordre alphabétique que nous ferons précéder du facteur écrit en chiffres

Réduis les produits suivants

$$\begin{aligned} a \cdot (-b) \cdot x \cdot (-y) &= & -3a \cdot 7b \cdot (-8c) &= \\ -a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot (-d) &= & 3x \cdot 4y \cdot (-2ab) &= \\ a \cdot b \cdot (-x) \cdot c &= & -7x \cdot (-3a) \cdot (-b) \cdot (-2y) &= \\ -x \cdot (-y) \cdot a \cdot (-b) \cdot z &= & -x \cdot 2y \cdot 4z \cdot 7ab &= \\ (-x) \cdot (-z) \cdot y \cdot a &= & -3a \cdot (-b) \cdot (-x) \cdot (-2cy) &= \end{aligned}$$

5.5. Les priorités opératoires

Par convention, à ce stade de la matière, nous calculerons d'abord

1. les parenthèses
2. les produits
3. les sommes

Réduis les expressions suivantes sur une feuille annexée, après avoir recopié l'énoncé.

$$\begin{aligned} 1) & (5 + 8) \cdot (-2) & 6) & (-3 - 12 + 7) \cdot (-2) + 7 \\ 2) & -3 \cdot (-4) - (-6) & 7) & 1 - (-8 + 2) - (-4 + 3) \cdot 5 \\ 3) & 2 \cdot (-3) - (4 - 2) & 8) & 12 + (3 - 4) \cdot [2 - 4 \cdot (-4)] \\ 4) & -3 - 4 \cdot (-7 + 3) & 9) & (-6 + 13) + 8 + (-3) \cdot (-7 - 4) \\ 5) & -5 \cdot (-6) + 4 \cdot (-2) & 10) & -1 - 2 \cdot 3 \cdot (-4) \cdot (7 - 5 \cdot 2) \end{aligned}$$

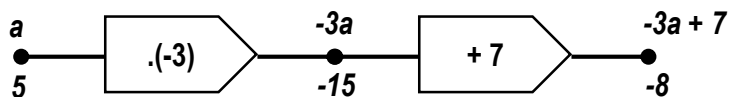
Exercices

Utilise la calculatrice pour calculer les expressions suivantes.

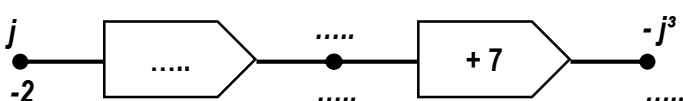
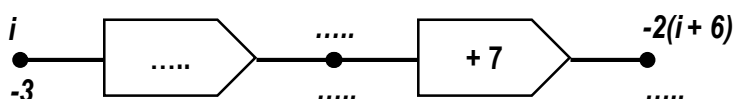
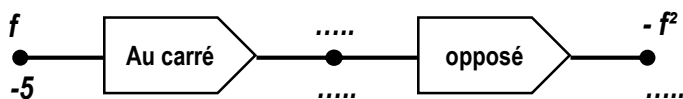
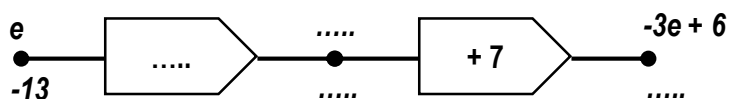
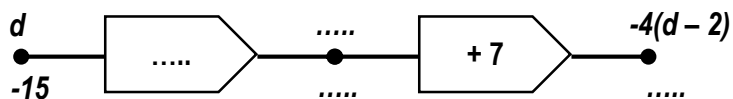
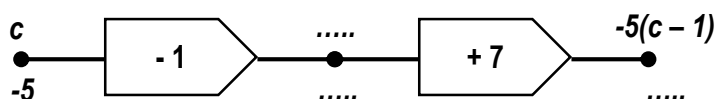
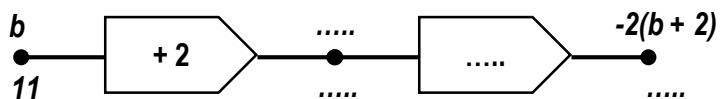
$$\begin{aligned} -4 + 13 \cdot (-2) &= & 158,3 - \{-12,3 \cdot [-6 + 2 \cdot (-7,5)]\} &= \\ -2 + [-5 + (-4) \cdot (+7)] \cdot 6 &= & 1,384 + \{-5,7 \cdot [-(3,25 - 4,37)]\} &= \\ 6,5 \cdot (-2,14) - 12,8 \cdot (-7,5) - 2,09 &= & &= \end{aligned}$$

5.6. Chaines d'opérations

Exemple :



Complète :



5.7. Valeurs numériques d'une expression littérale :

a) Série 1 : Calcule

Valeurs numériques si...	... $x = 3$... $x = -2$... $x = -5$... $x = -0,2$
$a = -5x$				
$b = 5(-x)$				
$c = -x^2$				
$d = -3x^2$				
$e = 10 - 4x$				
$f = 3(3x - 10)$				
$g = -2(3x)$				
$h = -3(-2x)$				
$i = -4x - 2x$				
$j = -5x^2 + 5$				

b) Série 2 : Calcule les valeurs numériques des expressions suivantes

Valeurs numériques si...	... $x = 3$ et $y = 2$... $x = -3$ et $y = 2$
$-xy$		
$-x + y$		
$-x - y$		
$-2xy$		
$-2x + 2y$		
$-2x - 2y$		
$3x(-y)$		
$-3x + 3y$		
$-3x - 3y$		

5.8. Signes et équations

1] Si **a** est un nombre positif et **b** un nombre négatif, quel est le signe des expressions suivantes :

	Signe		Signe		Signe		Signe
-b		-3 . a		3 . (-b)		-3 . (-b)	
-3b		ab		-a . b		-a . (-b)	

2] Détermine la valeur de **x** dans chacune des égalités ci-dessous :

$3x = -12$	x =	$0,5x = -2$	x =	$3x + (-17) = -8$	x =
$-4x = 12$	x =	$\frac{1}{2} x = -6$	x =	$7x + 14,2 = -11,5$	x =
$12x = -6$	x =	$-\frac{1}{2} x = -1$	x =	$-2 - 2x = 12$	x =

6. CAS PARTICULIERS DE PRODUITS DE FACTEURS : LES PUISSANCES

Exploration : La multiplication (5)

Soit le produit

$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$$

Il s'agit d'un produit de 5 facteurs.

Comme nous l'avons vu, nous pouvons écrire ce produit sous forme de puissance.

On obtient: $(-3)^5$

Remarque:

(-3) , la base, est un nombre rationnel (valeur absolue et signe)

5, l'exposant, est le nombre naturel, résultat du comptage des facteurs du produit.

Puissance d'un nombre rationnel à exposant naturel

Définition:

$$\forall x \in \mathbb{Z} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}_0 : x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_{\text{« n » facteurs}}$$

Exercices

1] Ecris sous forme de puissance

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$$

$$-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$$

$$-4 \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) =$$

2] Décompose les puissances en produits de facteurs puis effectue

$$(-2)^4 =$$

$$(-2)^5 =$$

$$(+2)^4 =$$

$$(+2)^5 =$$

De la règle imprimée page 51 et des quatre exercices qui précèdent, nous pouvons déduire la conclusion suivante:

Une puissance d'un nombre rationnel est affectée du signe -
ssi
sa base est affectée du signe - et son exposant

Remarque:

Une puissance d'un nombre rationnel est affectée du signe + dans tous les autres cas.

Exercices

3] Calcule

$(-3)^5 =$	$8^1 =$	$(-10)^2 =$	$-10^2 =$
$(-1)^8 =$	$-2^6 =$	$5^2 =$	$(-5)^2 =$
$(-4)^2 =$	$(-2)^6 =$	$(-5)^2 =$	$(-4)^3 =$
$3^3 =$	$(-6)^3 =$	$0^4 =$	$-1^8 =$
$-2^0 =$	$-2^6 =$	$(-2)^0 =$	$4^2 =$

4] Dans ton cahier d'exercices, calcule les expressions ci-dessous.

a) $(-6 - 9)^2 - 10^2 =$	h) $(4 - 8)(3 - 7) - 3^3 \cdot 2 =$
b) $-5 + (-6)^2 + 4^2 =$	i) $3(13 - 2) - 4^3 - 1 =$
c) $10 - (-5 + 5 \cdot 2)^2 =$	j) $(-3)^4 + 8 \cdot (-5) - (3 \cdot 13 + 2) =$
d) $2 \cdot (-8 + 5)^2 - 4 \cdot (3 + 5 \cdot 2) =$	k) $[5^2 \cdot (-13 + 3 \cdot 5)^2 - (-10)^2] \cdot 7^5 =$
e) $(-3 + 2)^8 - (4 - 2^3) \cdot 3 =$	l) $[3 \cdot (-2)]^2 + [75 + (-3)^3]^2 + 3^2 \cdot (-8) =$
f) $(2 + 3 \cdot 2^4) \cdot (4 - 10)^2 =$	m) $10^3 - 10^2 - (-10)^3 - (-16 - 2^2 \cdot 5) =$
g) $(3 - 4 + 2^4) \cdot (-4 - 10)^2 =$	n) $(-5 \cdot 3)^2 + 3^2 \cdot (-2)^3 - [2 \cdot 4^2 + 4 \cdot (-5)]^2 =$

5] Utilise la calculatrice pour calculer les expressions suivantes

a) $7 \cdot (-8) + 15^2 - (-7)^3 - 2^9 =$

b) $0,469 + [(-1,9)^3 - (-3,1)^2] =$

c) $(-3)^2 \cdot (-25) \cdot (-6^2) =$ Attention au piège ! La réponse n'est pas -8100.

3] Complète le tableau suivant (effectue tes calculs dans ton cahier d'exercices) :

Formule	Signification	Valeur de n pour			
		x = 8	x = -8	x = -0,2	x = 0,2
$n = x^2$	Le nombre n est le carré du nombre x				
	Le nombre n est le carré du double du nombre x				
$n = 2 \cdot (-x)$					
$n = -(3x)$					
	Le nombre n est le cube de l'opposé du nombre x				
$n = -(x^3)$					
	Le nombre n est la somme du carré du nombre x et du cube du nombre x				

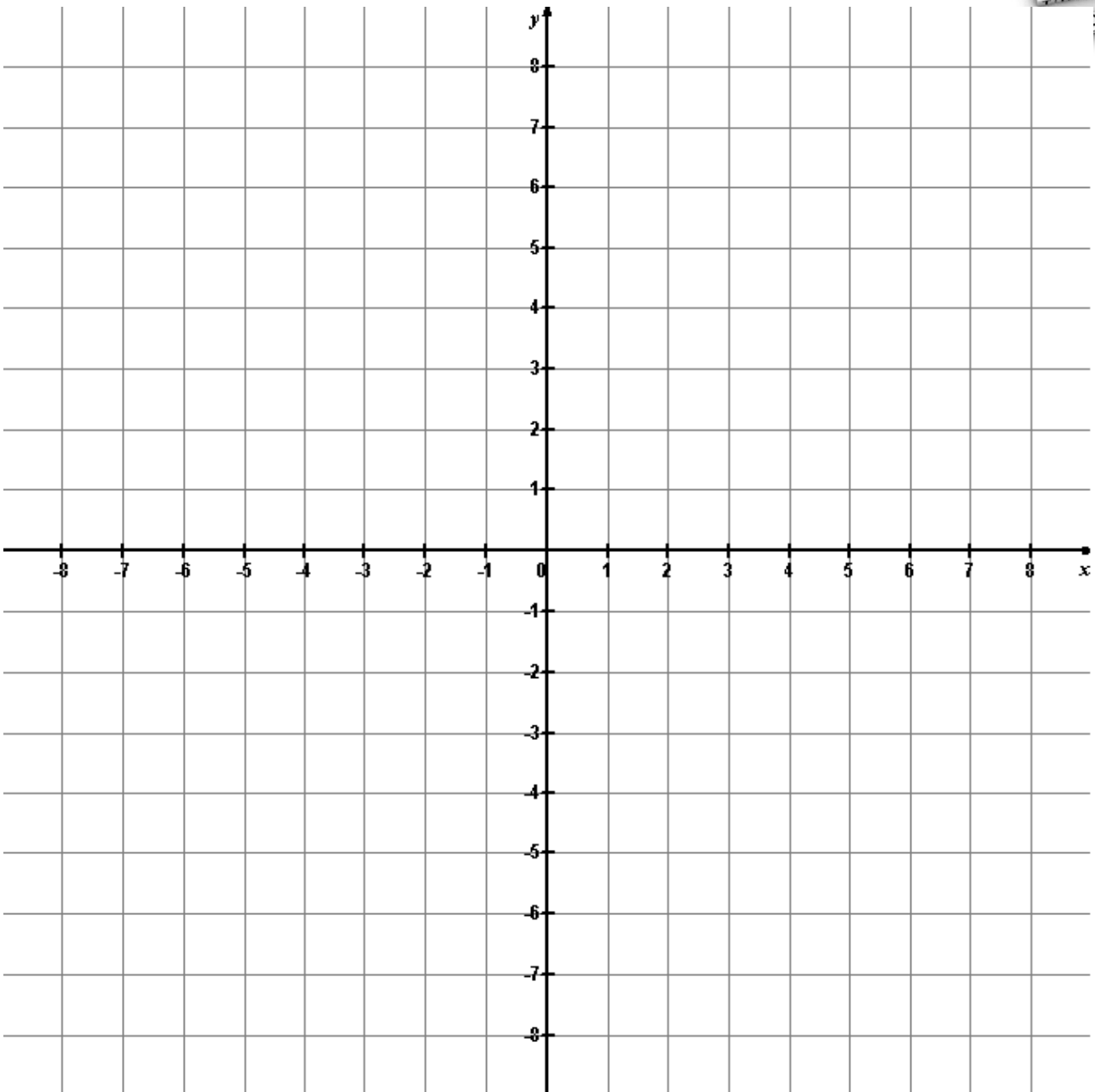
4] Complète les 4 tableaux de nombres suivants, puis place les points (x , y) obtenus dans le repère prévu :

x	2	1	0	-1	-2	-3
$y = -3x$						

x	2	1	0	-1	-2	-3
$y = -\frac{1}{2}x$						

X	1	2/3	1/3	0	-1/3	-2/3	-1
$y = 3x$							

x	5	3	1	-1	-3	-5
$y = -\frac{2}{5}x$						



5] Complète les tableaux de nombres suivants :

x	1	7/8	3/4	5/8	1/2	3/8	1/4	1/8	0	-1/8	-1/4	-3/8
$y = -4x$												

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = -4x + 3$												

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = -4x - 2$												