

**COLLEGE SAINT-BARTHELEMY**

# **MATHEMATIQUE**

**PREMIERE ANNEE**



## ***LES NOMBRES***

**Deuxième partie : Les nombres entiers**

*La droite graduée - Repérage dans le plan*

*Opérations sur les entiers*

**ANNEE SCOLAIRE 202... - 202...**





## Compétences



### Expliciter les savoirs et les procédures

- ✎ Maîtriser les conventions d'écriture mathématique des opérations avec des entiers.
- ✎ Justifier une méthode de calcul en utilisant les propriétés des opérations (y compris la distributivité) en L.L. ou L.M..
- ✎ Reconnaître les circonstances d'utilisation des termes usuels, des notations et des opérations propres aux nombres.
- ✎ Vérifier avec une calculatrice la plausibilité d'un résultat.
- ✎ Associer l'idée de « est avant », « est sur » et « est après » sur la droite graduée à la notion « est plus petit que », « est égal à » ou « est plus grand que » dans un ensemble de nombres.
- ✎ Maîtriser les conventions d'écriture mathématique des fractions et des nombres décimaux.

### Appliquer une procédure

- ✎ Respecter les priorités des opérations pour effectuer des opérations dans des situations variées.
- ✎ Estimer l'ordre de grandeur d'un résultat avant d'opérer.
- ✎ Effectuer un calcul comportant plusieurs étapes à l'aide d'une calculatrice.
- ✎ Dénombrer par un calcul et le cas échéant par une formule.
- ✎ Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées avec des entiers.
- ✎ Ordonner et comparer des nombres entiers.
- ✎ Utiliser les fractionnements les plus courants d'un objet réel ou représenté.
- ✎ Ordonner et comparer des fractions ou des nombres décimaux.
- ✎ Représenter des fractions sur une droite graduée.
- ✎ Associer un point et son abscisse sur un axe.
- ✎ Associer un point et ses coordonnées sur un quadrillage.



# DE NOUVEAUX NOMBRES...

## LES ENTIERS

### 1. DROITE GRADUEE, NOMBRES ENTIERS

#### 1.1. Construction

- Trace une droite d'un bord à l'autre de la feuille.
  
- Appelle-la **x**.
- Place deux points sur cette droite plus ou moins distants de la largeur de ton pouce.
- Appelle-les **A** et **B**.
- Associe le nombre **0** au point **A**.
- Associe le nombre **1** au point **B**.

Il devient maintenant possible de numéroter certains points de la droite en respectant les consignes suivantes:

- $\overline{AB}$  devient la longueur du segment unitaire.
- Sur la droite **x**, à partir de **B**, reporte la distance  $\overline{AB}$  (au compas)  
Tu obtiens le point **C** ( $\neq A$ ).
- Associe le nombre **2** au point **C**.
- Gradue ainsi la droite jusqu'au bout de ta feuille et appelle les points repérés **D, E, F, G, H, ...**
- Note pour chacun d'eux, le nombre qui les repère.
  
- Complète les pointillés par le symbole adéquat.

$$\overline{AB} \dots \overline{BC} \dots \overline{CD} \dots \overline{DE} \dots \overline{EF}$$

- Termine ton dessin en plaçant une flèche à la limite de ce dessin; cette flèche doit représenter le sens de la droite qui permet de parcourir les points dans l'**ordre croissant** des nombres rencontrés.

N'aurait-il pas été plus simple de numéroter par **0** le tout premier point de la droite ?

.....  
 Le fait d'avoir placé le point **A** (numéroté **0**) n'importe où sur la droite, a partagé cette droite en deux demi-droites. Il s'agit maintenant de graduer l'autre demi-droite avec la même longueur unitaire.

- Reporte à partir du point **A**, la longueur  $\overline{AB}$  dans le sens opposé de la flèche.
- Appelle **K** le nouveau point obtenu.
- Termine la graduation de la droite jusqu'à la limite de ta feuille et nomme les nouveaux points **L, M, N, P, Q, ...**
- Note le nombre qui repère les points comme suit:
  - 1 pour le point **K**
  - 2 pour le point **L**
  - 3 pour le point **M** et ainsi de suite.

Tu constates sur la droite que deux points différents sont numérotés de la même manière ... comme les joueurs sur un terrain de football.

Afin de distinguer les deux équipes de nombres, nous ne leur donnerons pas de maillots de couleurs différentes mais des signes distinctifs.

Par convention:

- ◇ Les nombres qui partent de **A** dans le sens de la flèche seront précédés du signe **+**
  - ◇ Les nombres qui se trouvent à l'opposé de ceux-ci par rapport au point **A** seront précédés du signe **-**.
- Note le signe de chaque nombre sur la droite de la page précédente.

Nous venons ainsi de découvrir un nouveau type de nombres: ce sont des **nombres entiers**.

### 1.2. Les nombres entiers

#### 1. **A quoi servent-ils ?**

Actuellement, nous retiendrons qu'ils servent à **repérer** des points sur une droite.  
D'autres rôles leur seront attribués ultérieurement.

#### 2. **Comment sont-ils notés ?**

Les nombres entiers se représentent au moyen

- ◇ d'un *signe*.  
Ce signe indique leur « position » par rapport au zéro d'une droite graduée orientée par une flèche.  
Par rapport au sens indiqué par la flèche,  
le signe **-** signifie **avant** le zéro.  
le signe **+** signifie **après** le zéro.

- ◇ d'une *valeur absolue*.

**La valeur absolue d'un nombre entier est le nombre naturel utilisé pour le noter.**

#### 3. **Exemple: -18**

- ◇ « **18** » est la valeur absolue du nombre entier -18.
- ◇ « **-** » signifie que le nombre entier -18 repère un point situé avant le zéro sur la droite orientée.

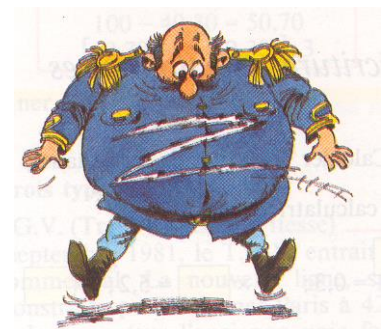
#### 4. **L'ensemble des nombres entiers est noté $\mathbb{Z}$ .**

### 1.3. Vocabulaire

- ✓ Chaque nombre entier qui repère un point sur la droite graduée est appelé l'**abscisse** de ce point.
- ✓ Le segment **[AB]** est appelé **repère**  
ssi  
l'abscisse de **A = 0** et l'abscisse de **B = +1**.

Ce segment indique

- le **sens** de l'ordre croissant des rationnels
- l'**unité** de longueur de la graduation.



### 1.4. Valeur absolue

**La valeur absolue d'un nombre entier est la distance qui sépare sa graduation du zéro sur une droite graduée.**

Notation:

**La valeur absolue de  $x$  se note  $|x|$ .**

Sachant cela, complète les égalités ci-dessous :

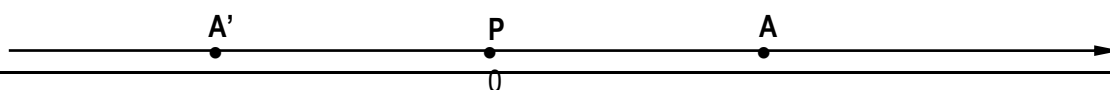
- a)  $|+14| = \dots\dots$
- b)  $|-14| = \dots\dots$
- c)  $|-123| = \dots\dots$
- d)  $|+32| = \dots\dots$

### 1.5. L'opposé d'un nombre entier

Sur la droite orientée ci-dessous, le point **P** repéré par **0**, divise cette droite en deux demi-droites opposées. Chaque point de l'une a son symétrique sur l'autre par rapport au point **P**.

Deux points symétriques **A** et **A'** par exemple, seront repérés par deux nombres entiers **opposés** car ils sont équidistants de **P** et situés de part et d'autre du point **P**.

- **A** et **A'** sont à la même distance du point **P** d'abscisse 0 : ils ont **la même valeur absolue**
- **A** et **A'** sont situés de part et d'autre du point **P** d'abscisse 0 : ils ont **des signes contraires**



**L'opposé d'un nombre entier est le nombre entier qui a la même valeur absolue mais le signe contraire.**

Complète les phrases suivantes:

- a) L'opposé de +14 est .....
- b) L'opposé de -14 est .....
- c) L'opposé de -123 est .....
- d) L'opposé de +32 est .....
- e) L'opposé de 0 est .....

Notation:

**L'opposé de  $x$  se note  $-x$ .**

Sachant cela, recopie les cinq phrases ci-dessus en L.M.

- a) .....
- b) .....
- c) .....
- d) .....
- e) .....

Remarques:

1) Zéro est son propre opposé, c'est la raison pour laquelle il sera écrit sans signe.

$$-0 = +0 = 0$$

2) Tout nombre est l'opposé de son opposé.

Exemple:

$$\text{L'opposé de l'opposé de } (+7) = -[-(+7)] = +7$$

**1.6. Ordre dans les entiers**

Sur une droite graduée telle que celle de la page 6, plus un nombre est à gauche, plus il est petit.

Exemple :

+3 est à gauche de +6, donc  $+3 < +6$   
 -3 est à gauche de +4, donc  $-3 < +4$   
 -24 est à gauche de -7, donc  $-24 < -7$

Conclusion :

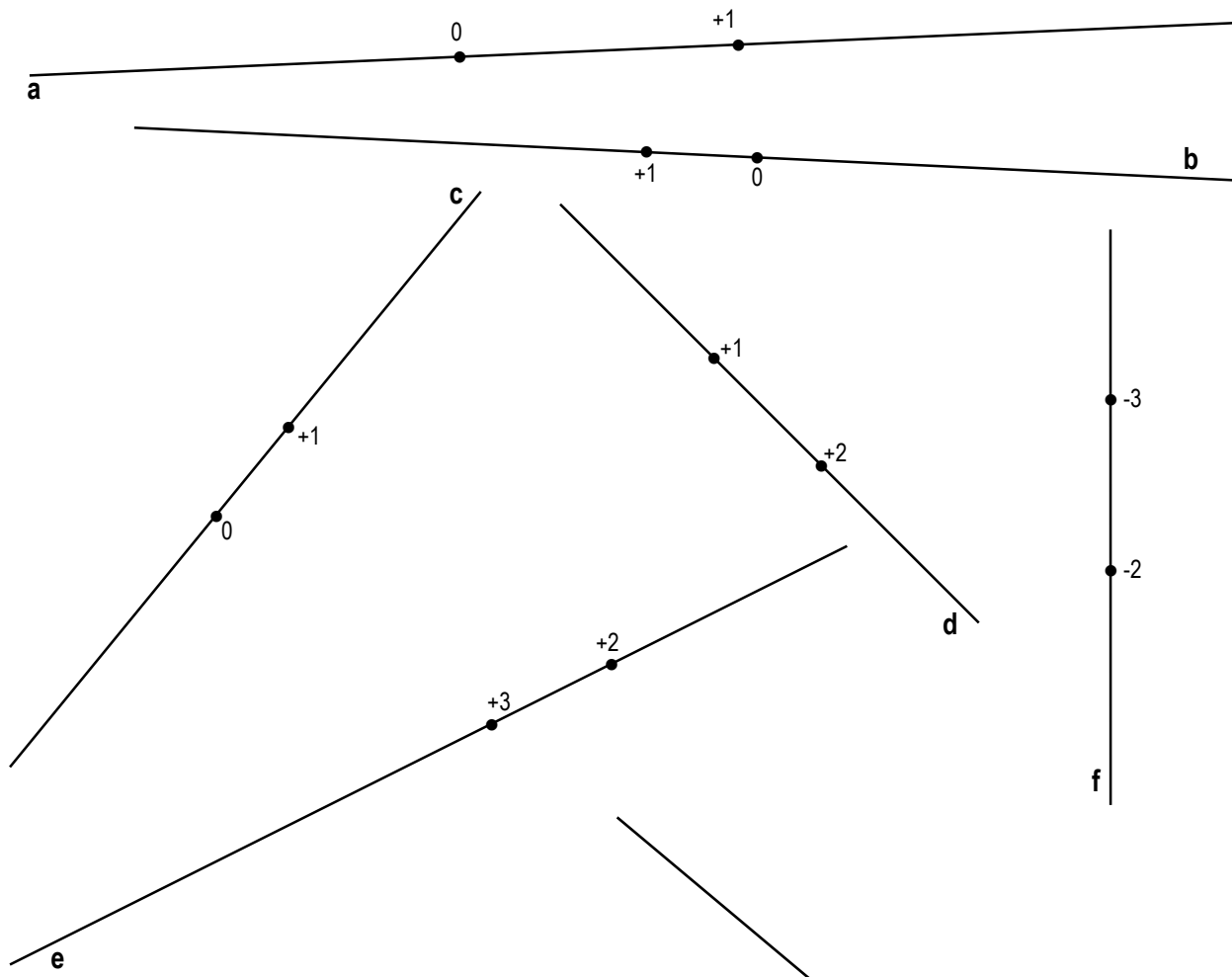
- 1) **Quand 2 nombres entiers sont positifs, le plus petit est celui qui a la plus petite valeur absolue.**
- 2) **Quand 2 nombres entiers sont de signes contraires, le plus petit est le négatif**
- 3) **Quand 2 nombres entiers sont négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande valeur absolue.**

Rappel : notation pour les inégalités :

<b>Langage mathématique</b>	<b>Langage littéraire</b>
$x > -5$	x est <b>strictement</b> plus grand que -5
$x \geq 4$	x est plus grand ou égal à 4
$x < 8$	x est <b>strictement</b> plus petit que 8
$x \leq -7$	x est plus petit ou égal à -7
$-5 < x < 9$	x est strictement compris entre -5 et 9
$3 < x \leq 7$	x est strictement plus grand que 3 et plus petit ou égal à 7
$-13 \leq x < -7$	x est plus grand ou égal à -13 et strictement plus petit que -7
$-3 \leq x \leq 7$	x est plus grand ou égal à -3 et plus petit ou égal à 7

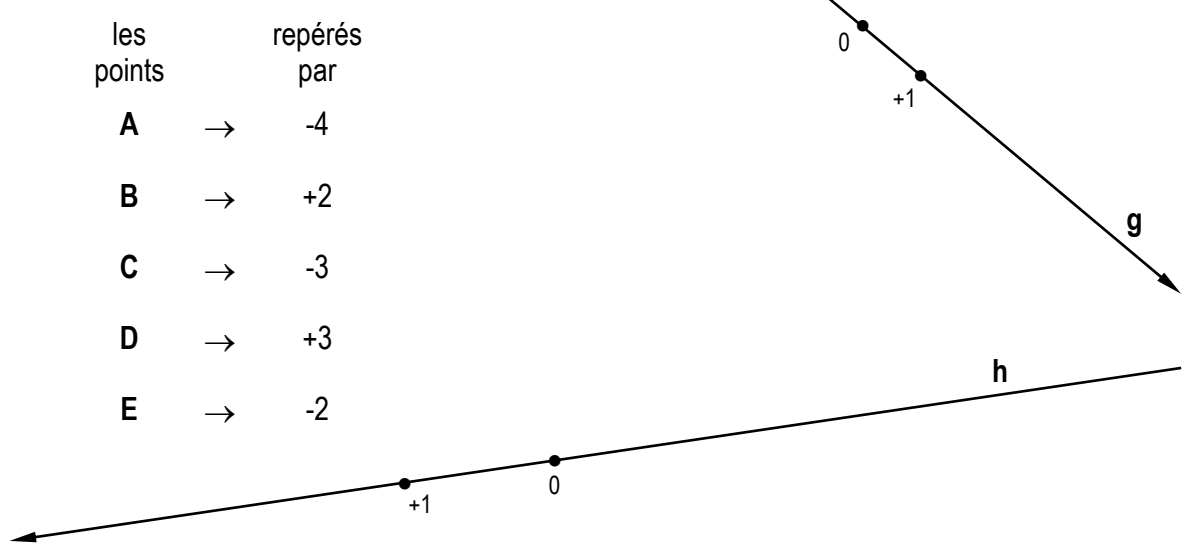
### 1.7. Applications

- 1] Montre que tu as compris  
 a) en plaçant la flèche sur chacune des droites **a**, **b**, **c**, **d**, **e** et **f** ci-dessous.  
 b) en graduant leur partie représentée.



- 2] Sur chacune des droites **g** et **h**, place

les points	repérés par
A	→ -4
B	→ +2
C	→ -3
D	→ +3
E	→ -2

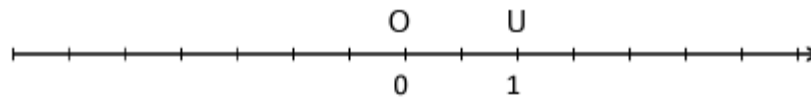




Questions des CE1D

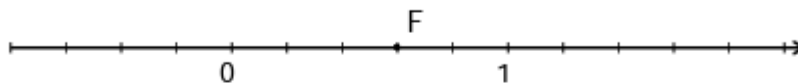
1 **SITUE** le point **P** d'abscisse -3 sur la droite graduée ci-dessous.

2010



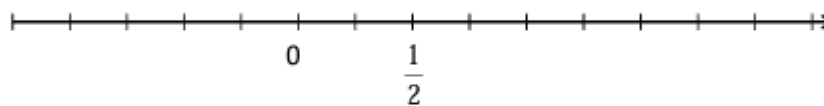
2 **ECRIS** l'abscisse du point **F** de la droite graduée ci-dessous.

2010



3 **SITUE** le point **A** d'abscisse  $-\frac{3}{4}$ .

2011

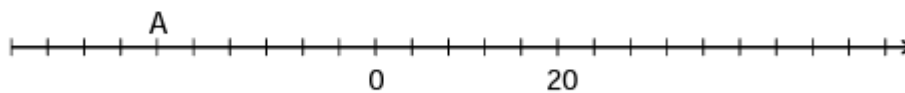


4 Sur la droite graduée,

2012

**ECRIS** l'abscisse du point **A**.

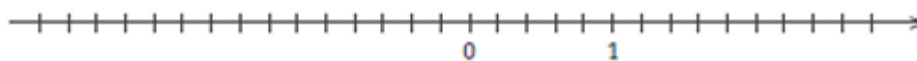
**SITUE** le point **B** d'abscisse 34.



5 **SITUE** le point **A** d'abscisse  $-\frac{5}{2}$ .

2014

**SITUE** le point **B** d'abscisse 1,6.





# EXPLORATION : SITUER UN POINT

Voici une activité qui se joue à deux.

Chacun y travaille d'abord individuellement. Tout se passe par écrit. *Aucun mot ne peut donc être prononcé* par les joueurs !

Pour ce jeu, tu auras besoin de deux feuilles blanches de format A4. Tu peux aussi utiliser ta latte, ton équerre, ton rapporteur ou tout autre outil qui te semblera nécessaire.

C'est parti !

- 1) Sur la feuille blanche n°1, choisis un point, marque-le bien avec ton stylo et appelle-le **A**.
- 2) Sur l'autre feuille blanche n°2, inscris ton nom et rédige un message uniquement composé de phrases ne comportant que des mots et des nombres. *Aucun dessin n'est autorisé*. Ce message devra être suffisamment clair pour permettre à ton partenaire de retrouver l'endroit où tu as marqué le point sur ta feuille n°1.
- 3) Echange ensuite la feuille n°2 reprenant ton message avec celle de ton partenaire.
- 4) Lis le message que tu viens de recevoir et marque sur sa feuille n°2 le point qui correspond aux informations du message reçu.
- 5) Une fois le point marqué, inscris ton nom à côté du sien et rends-lui sa feuille.
- 6) Superpose ta feuille n°1 sur laquelle tu as marqué ton point et ta feuille n°2.
- 7) Par transparence, vérifie si ton message a été bien compris.
  - Si les deux points coïncident, alors bravo à tous les deux ! Cela signifie que ton message était clair et que ton partenaire l'a bien compris.
  - Si ce n'est pas le cas, essayons de comprendre pourquoi.

Le message, quelles informations doit-il fournir ?

.....  
.....  
.....

Exemple de message correctement libellé:

.....  
.....  
.....

Pour faciliter la compréhension et la rédaction d'un tel message, quelques conventions seront nécessaires.

Découvrons-les

## **Théorie page 10**



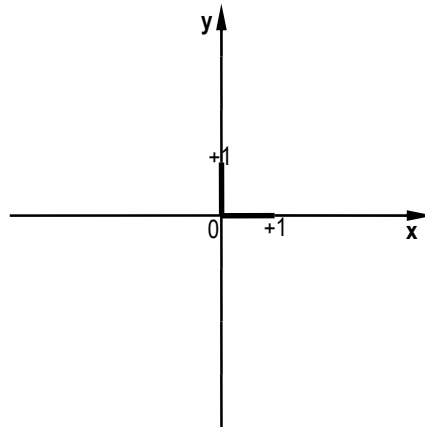
## 2. LA COORDONNEE D'UN POINT

### Exploration : Situer un point

#### Ce qu'il faut savoir

##### 2.1. Le repère cartésien

Il s'agit de 2 droites graduées perpendiculaires, appelées axes cartésiens et orientées comme suit:



- L'axe horizontal, est appelé axe des  $x$  ou axe des abscisses.
- L'axe vertical, est appelé axe des  $y$  ou axe des ordonnées.
- Leur intersection est l'origine commune aux deux axes gradués.

##### 2.2. La coordonnée d'un point

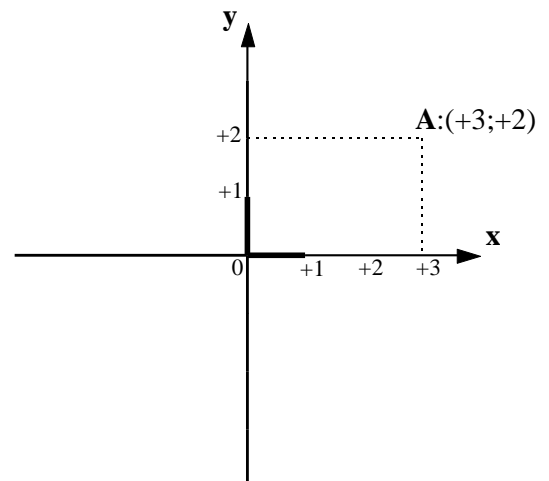
Un point est repéré par deux nombres dans un repère cartésien.

- Le 1<sup>er</sup> nombre s'appelle **l'abscisse**.
- Le 2<sup>e</sup> nombre s'appelle **l'ordonnée**.

Ils forment ensemble un couple appelé **coordonnées** du point.

On a: **A:(+3 ; +2)** où

- (+3 ; +2) est la coordonnée du point **A**
- +3 est l'abscisse du point **A**
- +2 est l'ordonnée du point **A**



#### Conclusion

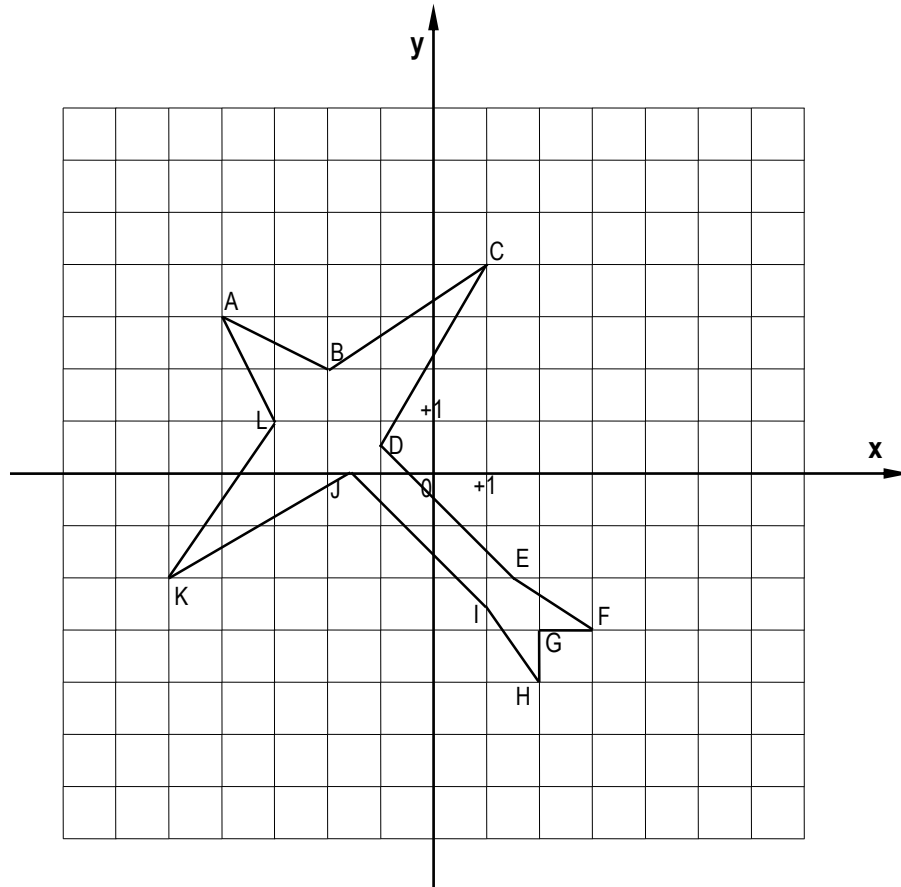
**Repérer un point** dans un repère cartésien, **c'est citer un couple** de nombres dont

- le premier est l'abscisse
- le second est l'ordonnée.

### 2.3. Applications

1) Dans le repère cartésien dessiné, détermine les coordonnées des points de la figure :

A: ( ; )                      D: ..... : .....  
 B: ( ; )                      E: ..... : .....  
 C: ( ; )                      F: ..... : .....



2] Dans le repère cartésien donné, place les points

A: (-3,5 ; +4)

D: (+5 ; +3)

G:  $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$

B: (0 ; +4)

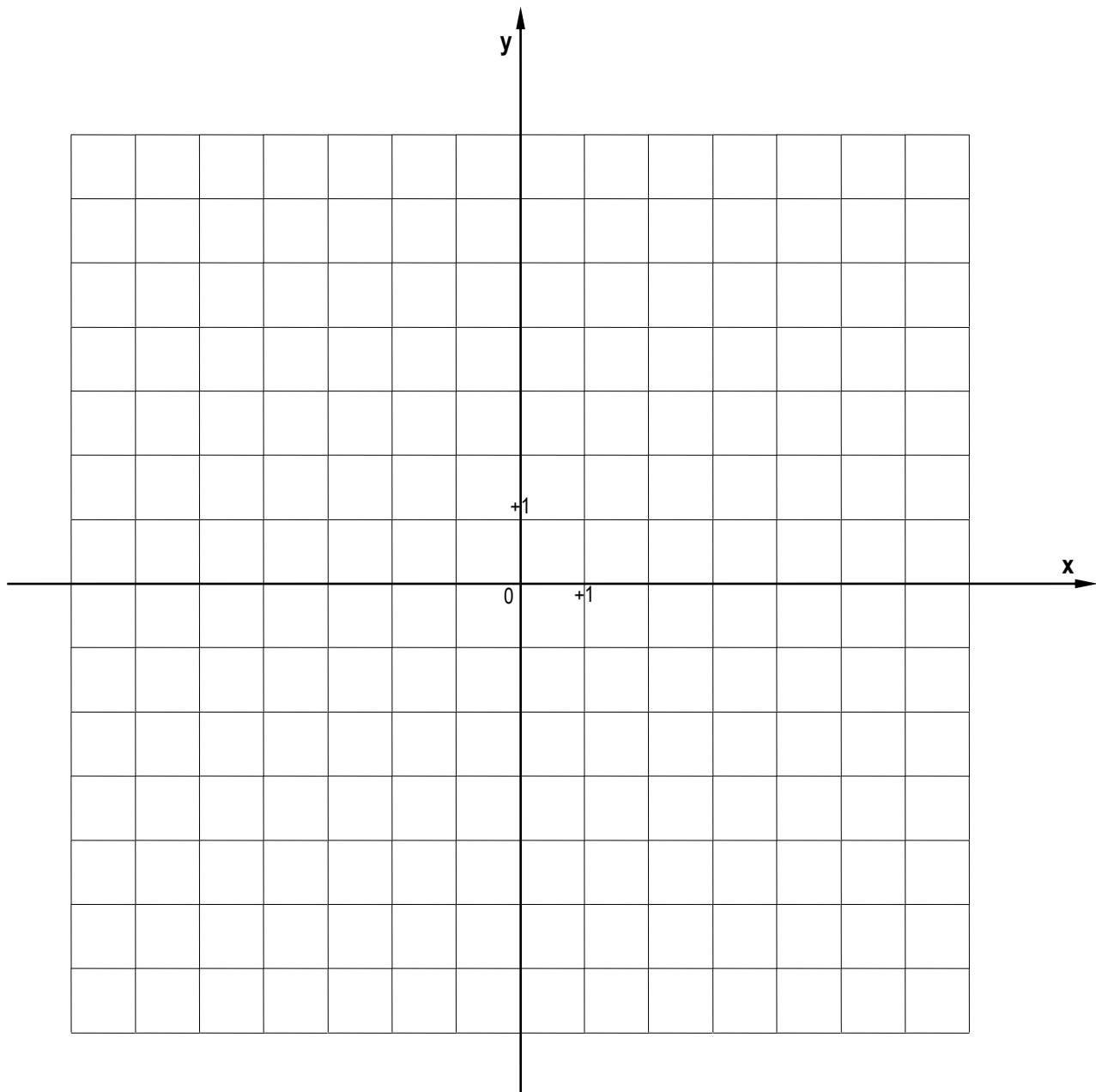
E:  $\left(+\frac{3}{4}; +\frac{1}{2}\right)$

H: (0 ; -2)

C: (+1,5 ; +3)

F: (-5 ; -1)

I:  $\left(+\frac{7}{2}; -2\right)$



Trace les segments

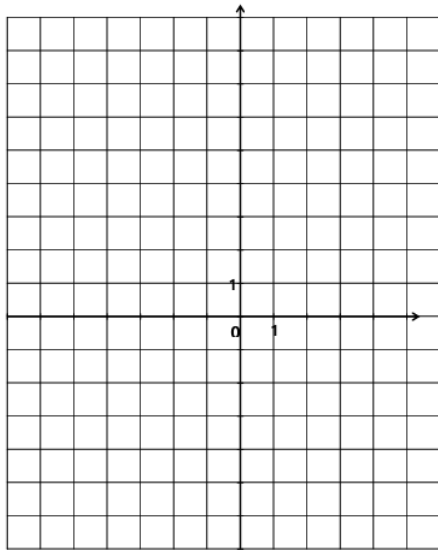
[AB], [BG], [GF], [FA], [CH], [ED] et [EI].

### 3] Questions des CE1D

6  
2010

DESSINE le rectangle **ABCD** dans le repère ci-dessous.

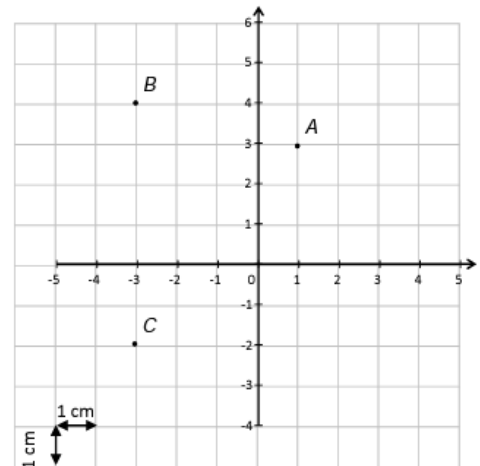
On donne les coordonnées de trois sommets **A** (4 ; 6), **B** (1 ; 9) et **C** (-4 ; 4).



ECRIS les coordonnées du sommet **D**.

**D** (..... ; .....

8  
2011



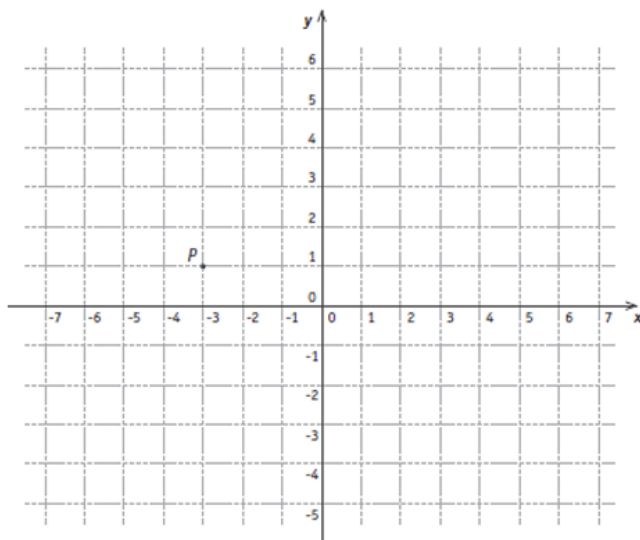
ECRIS les coordonnées des points **A** et **C**.

**A** (..... ; .....) **C** (..... ; .....

CALCULE l'aire du triangle **ABC**.

CONSTRUIS, dans le repère ci-dessus, le triangle **A'B'C'** sachant que les points **A'**, **B'** et **C'** ont pour coordonnées les opposés des coordonnées des

10  
2014



ECRIS les coordonnées du point **P**.

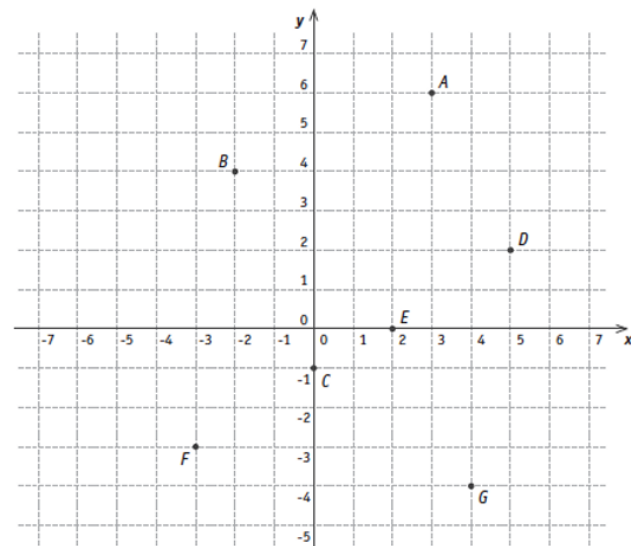
Coordonnées de **P** : (..... ; .....

SITUE le point **A** de coordonnées  $(\frac{1}{2}; 4)$

SITUE le point **B** de coordonnées (-2 ; -3)

SITUE le point **C** de coordonnées (-3 ; 0)

12  
2016  
(Q38)  
R  
/4



PLACE le point **P** (3 ; -2) dans le repère ci-dessus.

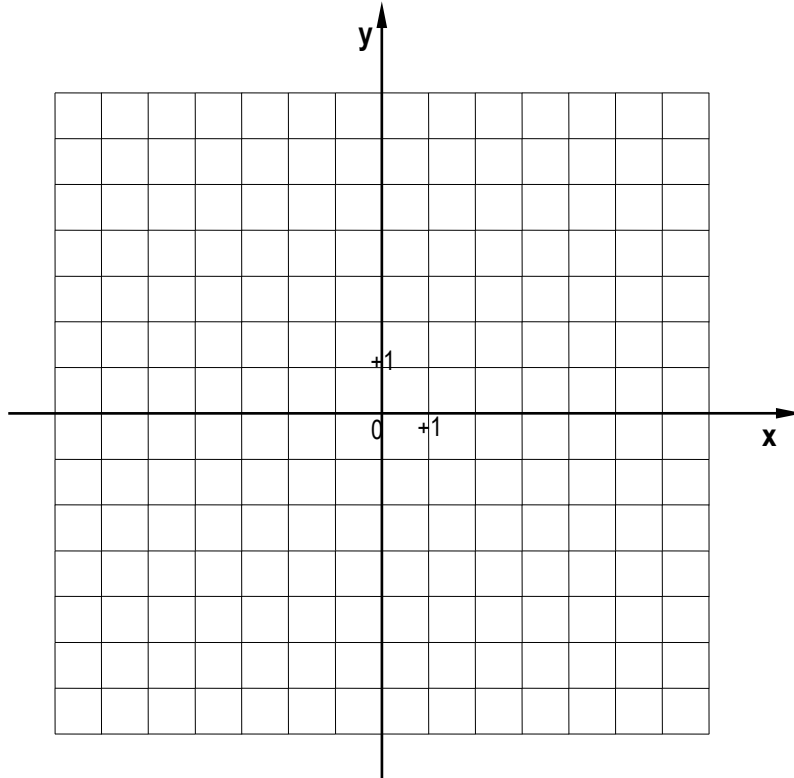
PLACE un point **M** dont l'abscisse vaut le double de l'ordonnée.

Parmi les points **A, B, C, D, E, F, G** :

- DÉTERMINE le point dont l'ordonnée est nulle.  
Réponse : .....
- DÉTERMINE le point dont l'abscisse et l'ordonnée sont égales  
Réponse : .....

4] Ensemble de points

- a) Dessine en jaune l'ensemble de tous les points dont l'ordonnée est égale à l'abscisse.
- b) Dessine en bleu l'ensemble de tous les points dont l'abscisse est -2.
- c) Dessine en rouge l'ensemble de tous les points dont l'ordonnée est +5.
- d) Dessine au crayon l'ensemble de tous les points dont l'ordonnée vaut le double de l'abscisse.
- e) Dessine en vert l'ensemble de tous les points dont l'ordonnée vaut 3 de plus que l'abscisse.

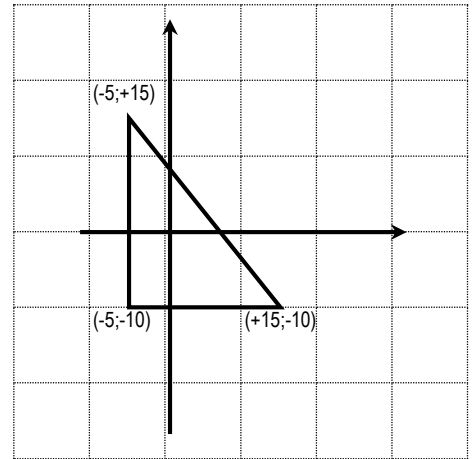
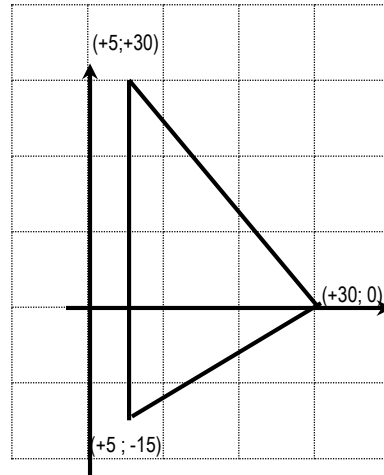
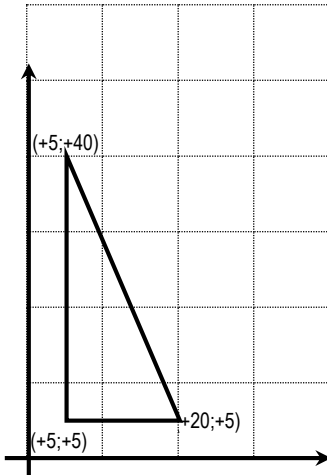


5] Comme on a convenu d'appeler  $x$  l'abscisse d'un point et  $y$  son ordonnée, l'énoncé 3.a) peut s'écrire :  
*"dessine l'ensemble de tous les points tels que  $y = x$ "*

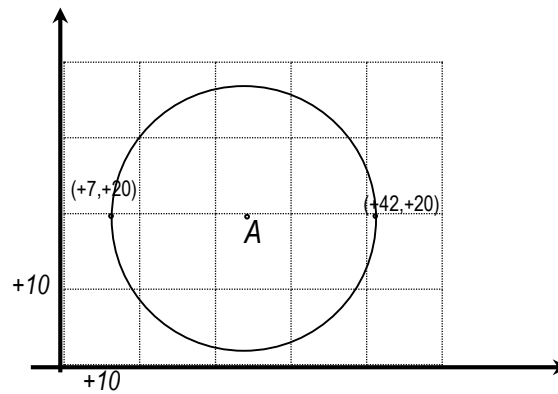
Ecrire de la même façon symbolisée les énoncés de la question 3.

- a) Dessine en jaune l'ensemble de tous les points tels que.....
- b) Dessine en bleu l'ensemble de tous les points tels que.....
- c) Dessine en rouge l'ensemble de tous les points tels que .....
- d) Dessine au crayon l'ensemble de tous les points tels que.....
- e) Dessine en vert l'ensemble de tous les points tels que .....

6] Calcule les aires des triangles de la figure suivante en utilisant les données figurant sur le repère cartésien.



7] Calcule l'aire du disque de centre A à partir des données de la figure suivante :



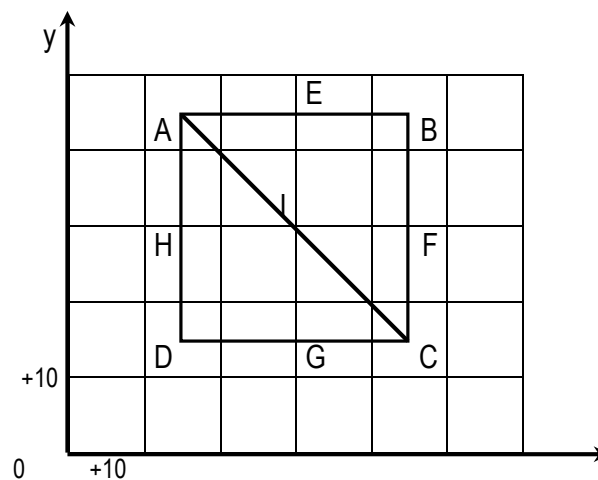
8] Les points E, F, G, H et I sont tous les milieux de segments de la figure ci-dessous. Calcule leurs coordonnées à partir des données.

A(+15,+45)

B(+45,+45)

C(+45,+15)


D(+15,+15)




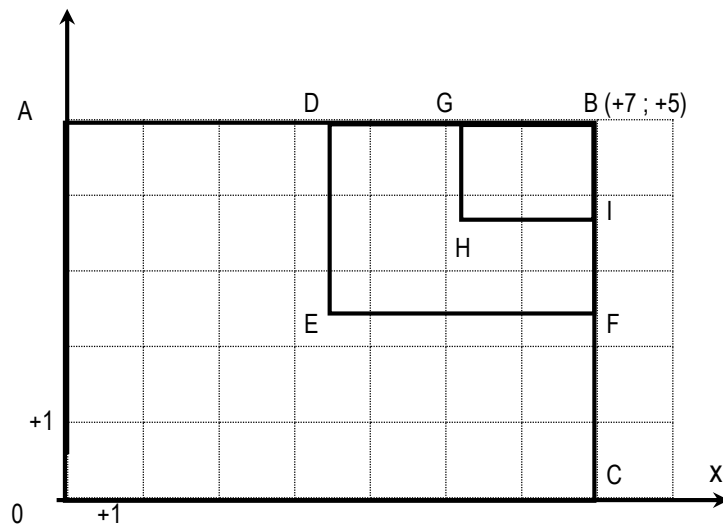
x



9] Les points D et F sont les milieux des côtés [AB] et [BC] du rectangle dessiné dans un repère. De même G et I sont les milieux des côtés [DB] et [BF].

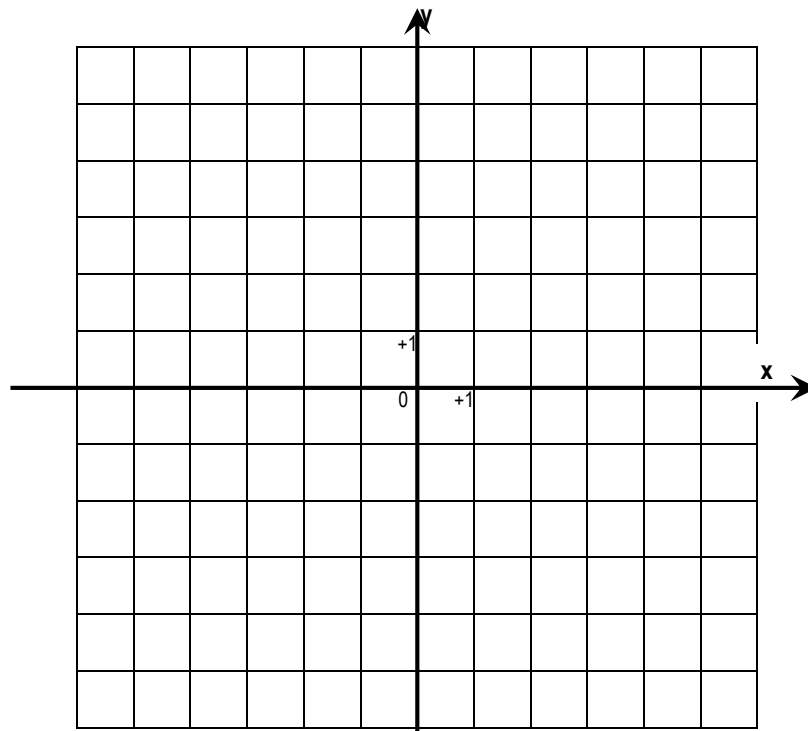
 Calcule les coordonnées des autres points signalés sur la figure ci-dessous.

 Calcule aussi l'aire des trois rectangles emboîtés.



10] Points du quadrillage

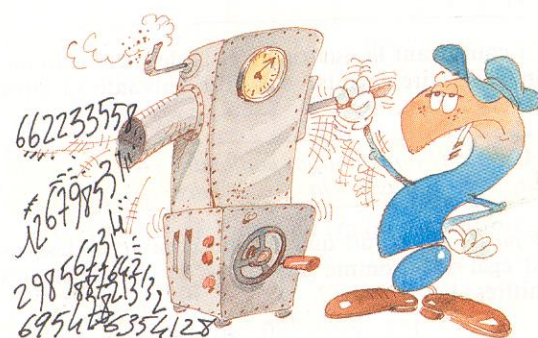
- Détermine tous les points du quadrillage tels que :  $x + y = 0$ .
- Détermine tous les points du quadrillage tels que :  $x + y = +3$ .
- Détermine tous les points du quadrillage tels que :  $x + y = +5$ .



# EXPLORATION : LA MACHINE A ADDITIONNER



1. En disposant bien deux règles graduées ordinaires, on en fait une « machine à additionner ». Additionne 3 et 4 avec une telle machine et décris-en le fonctionnement.



<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/college/CrossrelatifMD.html>

2. Fabrique une machine à additionner qui permette de travailler avec les nombres de (-25) à 25 et qui fonctionne de la même façon que pour les positifs. Effectue les additions suivantes avec cette machine :

Série 1	Série 2	Série 3
$-3 + (-7) =$	$+12 + (-7) =$	$-125 + (+85) =$
$-5 + (+2) =$	$-12 + (+7) =$	$-123 + (-12) =$
$+17 + (-2) =$	$-12 + (-7) =$	$+230 + (-80) =$
$-3 + (+4) =$	$-15 + (-6) =$	$-230 + (+80) =$
$-2 + (+5) =$	$-15 + (+6) =$	$(-230) + (-80) =$
$-15 + 0 =$	$+15 + (-6) =$	

### 3. Avec des jetons

Tu disposes de jetons de deux couleurs : des noirs (+) et des blancs (-). Une seule règle : quand tu associes un jeton noir et un jeton blanc, cela donne 0.

4. Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) est un célèbre mathématicien et philosophe français. Il explique le fonctionnement de l'addition dans le texte ci-dessous :



« Ajouter ensemble plusieurs quantités (nombres), c'est les joindre, les prendre à la fois avec les signes qu'elles ont. Ainsi, ajouter ensemble plusieurs biens, c'est former un bien plus grand ; ajouter ensemble plusieurs dettes, c'est former une dette plus grande ; ajouter un bien avec une dette, c'est former un résultat qui est l'excès du bien sur la dette, ou de la dette sur le bien, selon que le bien est plus grand que la dette, ou que la dette est plus grande que le bien. »

A cette explication, d'Alembert ajoute immédiatement ceci : « Il est clair par là, qu'en algèbre, ajouter ne signifie pas toujours augmenter. Quand j'ajoute un bien avec un bien, j'augmente le bien ; quand j'ajoute une dette avec une dette, j'augmente la dette. Mais quand je joins un bien avec une dette, je diminue réellement l'une ou l'autre quantité. »

Retrouve dans ce texte les différents cas d'addition. Donne chaque fois un exemple.<sup>1</sup>



<sup>1</sup> D'après « *Mathématiques 1 : De questions en questions* », pg 49-52, éd. DIDIER HATIER

5. Mathilde fait un virement de 1500 € à Victoria alors que Victoria dépose à la banque un chèque de 600 € en faveur de Mathilde. Fais le compte de chacune. Compare les résultats.



6. Calcule mentalement. Détaille ton calcul :

a)  $+14,25 + (-8) + (-12) + (+25,75) + (-14) =$

b)  $-3 + (-1) + (+9) + (+5) + (+4) + (-4) + (+8) + 0 + (-2) =$

c)  $+18,5 + (+15,08) + (-0,17) + (+0,17) =$



 ***Théorie page 20***

### 3. L'ADDITION DES ENTIERS (ET DES RATIONNELS)

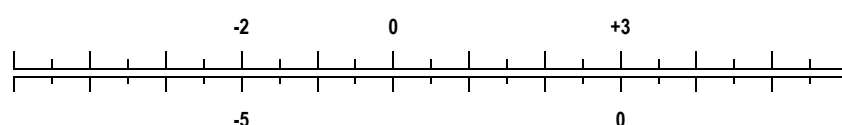
#### **Exploration : La machine à additionner (1 à 3)**

#### 3.1. Trois modèles pour additionner

##### 3.1.1. Les lattes

Pour calculer la somme de +3 et -5 :

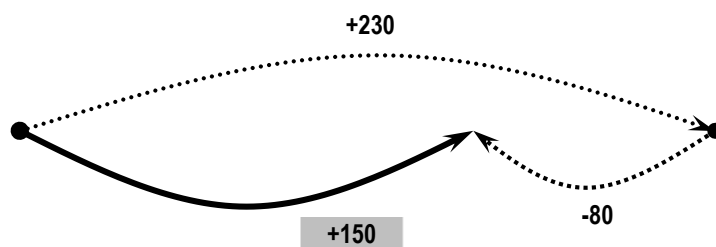
-  
-  
-



##### 3.1.2. Quand la latte est trop courte : le schéma

Pour calculer la somme de +230 et -80 :

On se déplace vers la droite quand un nombre est positif et vers la gauche pour un négatif.



$$+230 + (-80) = +150$$

##### 3.1.3. Les avoirs et les dettes

Un nombre positif peut être assimilé à un avoir et un nombre négatif à une dette. Pour calculer la somme de +230 et -80 :

$$\text{Gain de 230} + \text{Dette de 80} = \text{Gain de 150} :$$

$$+230 + (-80) = +150$$

De manière générale :

$$\text{Bien} + \text{Bien} = \text{Bien plus grand}$$

$$\text{Dette} + \text{Dette} = \text{Dette plus grand}$$

$$\text{Bien} + \text{Dette} = \begin{cases} \text{L'excès de la dette sur le bien si la dette est plus importante que le bien} \\ \text{L'excès du bien sur la dette si le bien est plus importante que la dette} \end{cases}$$

### 3.2. Règle de calcul de la somme de deux nombres entiers (ou rationnels)

La somme de deux nombres entiers (ou rationnels) est le nombre entier (ou rationnel) qui s'obtient de la manière suivante:

- 1) Si les deux nombres sont de même signe,
  - la valeur absolue de la somme est .....
  - .....
  - son signe est .....
- 2) Si les deux nombres sont de signes différents,
  - la valeur absolue de la somme est .....
  - .....
  - son signe est .....
  - .....

### 3.3. Applications

- 1] En utilisant cette règle, exprime plus simplement les sommes suivantes:

$-8 + (+14) =$	$-13 + (+13) =$
$-10 + (-30) =$	$0 + (-28) =$
$+17 + (+8) =$	$+59 + 0 =$
$+46 + (-23) =$	$-12 + (-9) =$
$-4 + (-4) =$	$-57 + (+15) =$

- 2] Simplifie les sommes suivantes; c'est-à-dire, enlève les signes et les parenthèses inutiles; puis effectue.

$$(-12) + (+8) =$$

$$(+70) + (-4) =$$

$$(+8) + (+7) =$$

$$(-9) + (-10) =$$

$$(-12) + (+13) =$$

$$(-7) + (+8) + (-10) =$$

$$(+12) + (-4) + (+2) =$$

$$(-25) + (+10) + (+7) =$$

$$(-14) + (+7) + (-21) + (+30) =$$

$$(-2) + (+3) + (-4) + (+5) + (-6) =$$

$$(-11) + (-15) + (+8) + (+11) + (+7) =$$

$$(-8) + (-14) + (+27) + (-10) =$$

$$(+131) + (-234) + (+106) + (-40) =$$

$$(+57) + (-41) + (-38) + (-17) + (+23) =$$







- As-tu découvert une nouvelle propriété ? Si oui, explique-la par deux exemples.

On constate que la somme de deux nombres rationnels opposés vaut .....

Cette 4e propriété s'énoncera:


**L'addition des nombres entiers et des rationnels est .....**

En L.M., on écrira:


$$\forall x \in \mathbf{Q} \text{ (ou } \mathbf{Z}) : \dots\dots\dots$$

- En résumé.


Dans  $\mathbf{Q}$  (ou  $\mathbf{Z}$ ),

 **L'addition est commutative :**


$$\forall x, y \in \mathbf{Q} : x + y = y + x$$

 **L'addition est associative :**

$$\forall x, y, z \in \mathbf{Q} : (x + y) + z = x + (y + z)$$

 **L'addition admet un terme neutre : 0**

$$\forall x \in \mathbf{Q} : x + 0 = x = 0 + x$$

 **- L'addition est symétrisable :**

$$\forall x \in \mathbf{Q} : x + (-x) = 0 = (-x) + x$$

- Vérifions que tu reconnais les propriétés appliquées.

Note à côté de chaque étape des calculs effectués ci-dessous, le nom de la propriété ou de la règle appliquée.

$$\begin{aligned}
 & -15+(+30)+(-12)+(+34)+(-16)+(-19) \\
 = & -15+(-19)+(+30)+(-12)+(-16)+(+34) \quad \dots\dots\dots \\
 = & [-15+(-19)]+(+30) + [-12+(-16)]+(+34) \quad \dots\dots\dots \\
 = & -34+(+30)+(-28)+(+34) \quad \dots\dots\dots \\
 = & -34+(+34)+(+30)+(-28) \quad \dots\dots\dots \\
 = & [-34+(+34)] + (30+(-28)) \quad \dots\dots\dots \\
 = & 0 + [(+30)+(-28)] \quad \dots\dots\dots \\
 = & +30+(-28) \quad \dots\dots\dots \\
 = & +2 \quad \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$



### 3.6. Somme de plusieurs entiers et/ou rationnels

Pour additionner plusieurs rationnels, on peut prendre les termes dans l'ordre qu'on veut (commutativité) et on peut les grouper comme on veut (associativité).

On peut donc, par exemple, grouper tous les rationnels positifs et les additionner ; puis grouper tous les rationnels négatifs et les additionner.

Il reste alors à effectuer la somme de 2 termes de signes contraires.

Cela après avoir négligé l'éventuel « 0 » et supprimer les nombres opposés.

### 3.7. Exercices supplémentaires

1] Détermine la valeur de  $x$  dans chacune des égalités ci-dessous :

$-13 + (-17) = x$	$x =$	$9 + x = -2$	$x =$	$x + (-17) = -8 + 13$	$x =$
$x + 5 = 4$	$x =$	$x + 3 = -3,4 + 0,1$	$x =$	$x + 14,2 = -95$	$x =$
$3 + x = -11$	$x =$	$-3 + x = -11$	$x =$	$-2 + (-4) + x = 12$	$x =$

2] Sachant que  $3x = x + x + x$  et  $5y = y + y + y + y + y$  calcule  $3x + 5y$  pour

x	y	3x + 5y
-4	+7	
-3	-5	
+6	-2	
+5	-3	
-5	-4	

3] Complète :

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>+5</td><td>-3</td></tr> <tr><td>+6</td><td>-6</td></tr> </table>	+5	-3	+6	-6	+	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>+4</td><td>+8</td></tr> <tr><td>-9</td><td>-2</td></tr> </table>	+4	+8	-9	-2	=	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>+9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	+9			
+5	-3															
+6	-6															
+4	+8															
-9	-2															
+9																

<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>-16</td><td>-10</td></tr> <tr><td>-30</td><td>+13</td></tr> </table>	-16	-10	-30	+13	+	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td>+26</td><td>-14</td></tr> <tr><td>+8</td><td>-17</td></tr> </table>	+26	-14	+8	-17	=	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>				
-16	-10															
-30	+13															
+26	-14															
+8	-17															