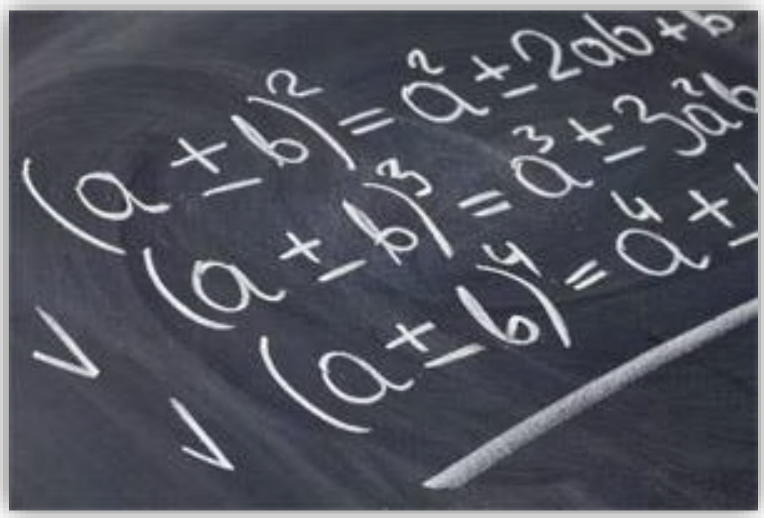
COLLEGE SAINT-BARTHELEMY

MATHEMATIQUE

PREMIERE ANNEE



LES NOMBRES

Quatrième partie : Algèbre

Premiers calculs algébriques
Notions d'équations

ANNEE SCOLAIRE 202… – 202…

Compétences

Expliciter les savoirs et les procédures

- Associer une expression littérale à une famille de nombres.
- Maitriser les conventions d'écriture mathématique des expressions littérales.
- Justifier l'égalité de deux expressions littérales en utilisant des propriétés des opérations.
- Reconnaitre la nature d'une expression littérale (somme de termes, produit de facteurs, …).
- Justifier une distributivité par un dessin ou un exemple géométrique.
- Passer d'un langage courant au langage algébrique et réciproquement.

Appliquer une procédure

- Dénombrer par un calcul et le cas échéant par une formule.
- Calculer des valeurs numériques d'expressions littérales (par exemple dans des formules d'aires ou de volumes).
- Passer d'une forme littérale à une autre en utilisant la distributivité simple ou la mise en évidence.
- Transformer des expressions littérales, en respectant la relation d'égalité et en ayant en vue une forme plus commode.
- Résoudre une équation de la forme $a + x = b$ ou $ax = b$ ou $ax + b = c$.

Résoudre un problème

- Élaborer une formule qui traduit une régularité dans des suites de motifs (ou de nombres).
- Construire des expressions littérales où la lettre a le statut d'indéterminée, de variable ou d'inconnue.
- Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $a + x = b$ ou $ax = b$ ou $ax + b = c$.
- Traduire une expression littérale ou exploiter un programme de calcul.

EXPLORATION : CALCULS ALGEBRIQUES ET DEVELOPPEMENTS DE SOLIDES

1. DES PROBLEMES MAGIQUES EXPLIQUES PAR L'ALGEBRE[1]

a] *Toujours 40 !*

Chaque élève choisit un nombre, le note et le cache. Il le multiplie par 3, ajoute 120 au produit obtenu puis divise le résultat par 3. Il retranche enfin le nombre de départ.

« Je parie que chacun d'entre vous a obtenu 40… ».

- 🖉 Pourquoi obtient-on 40 quel que soit le nombre choisi ?
- 🖉 Imagine un « tour de magie » comparable à celui qui vient d'être exploité. L'obtention d'un résultat constant est le critère de réussite.

b] *Retrouver le nombre pensé !*

Choisis un nombre. Multiplie-le par 8. Ajoute 10 au produit obtenu. Divise cette somme par deux. Ajoute 7 au quotient. Divise cette somme par 4. Et enfin, retranche 3.

« Je parie que chacun d'entre vous a obtenu comme résultat final le nombre qu'il avait choisi au départ ! »

- 🖉 Comment expliquer cette situation ?

c] *« Problème plaisant et délectable »*

> *Les problèmes « magiques » comme ceux exposés ci-dessus ont eu, à une certaine époque, beaucoup de succès dans les milieux intellectuels. L'un des auteurs bien connu de ce genre de récréations mathématiques est Claude-Gaspard BACHET sieur de MEZIRIAC (1581 – 1638). Outre ses ouvrages mathématiques, il a écrit des poèmes, des textes relatifs à la mythologie et à la religion. Il fut également désigné pour siéger à l'Académie Française, lors de sa création en 1634.*

Voici un de ses « *Problèmes plaisants et délectables* » dans sa version originale :

Faire doubler le nombre pensé et à ce double ajouter 5, puis multiplier le tout par 5 puis ajouter 10 et multiplier le tout par 10. Lors t'enquérant quel est ce dernier produit, et ôtant d'icelui 350, le nombre des centaines du reste sera le nombre pensé.

- 🖉 Comment expliquer cette situation ?

---

[1] CREM, ***Pour une culture mathématique accessible à tous : Elaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes.***, Nivelles, 2004

d] ***Deviner le domino***

Chaque élève choisit un des dominos disposés sur la table. Je vais les deviner… Pour cela :

Multiplier le nombre de gauche par 5. Ajouter 7 au résultat obtenu. Multiplier le résultat par 2. Retrancher 14. Ajouter le nombre de droite du domino.

« Je parie que chacun d'entre vous a obtenu un nombre dont le chiffre des dizaines correspond à la valeur de gauche du domino et celui des unités à la valeur de droite ! »

Comment expliquer cette situation ?

e] ***Deviner ton âge !***

Pense à un nombre compris entre 0 et 9. Multiplie-le par 50. Ajoute 6 au produit obtenu. Multiplie le résultat par 2. Ajoute 2006[2] si ton anniversaire est passé et 2007 s'il n'est pas encore passé. Enfin, retranche ton année de naissance.

« Je parie que si tu me donnes ta réponse, je peux retrouver ton âge ! »

Comment expliquer cette situation ?

f] ***Avec la calculette…***

Encode le jour de ta naissance. Multiplie ce nombre par 20 Ajoute 3. Multiplie le résultat obtenu par 5. Ajoute le mois de ta naissance. Multiplie le nombre obtenu par 20. Ajoute 3. Multiplie le résultat obtenu par 5. Ajoute les deux derniers chiffres de ton année de naissance. Ote 1515, date de la bataille de Marignan. Que reconnais-tu sur l'écran ?

Comment expliquer cette situation ?

g] ***Toujours 222 !***

Choisis trois chiffres différents (en évitant 0). Additionne-les. Ecris tous les nombres que l'on peut former à l'aide de ces trois chiffres. Additionne ces six résultats. Divise cette dernière somme par la première.

« Je parie que si vous avez tous trouvé 222 ! »

Comment expliquer cette situation ?

[2] Valable pour l'année 2018.

h] <u>En pensant à Fibonacci…</u>

Voici une liste de six nombres :

2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21.

Les deux premiers sont choisis au hasard et les suivants sont obtenus en ajoutant les deux qui précèdent.
La somme de ces six nombres est notée S.

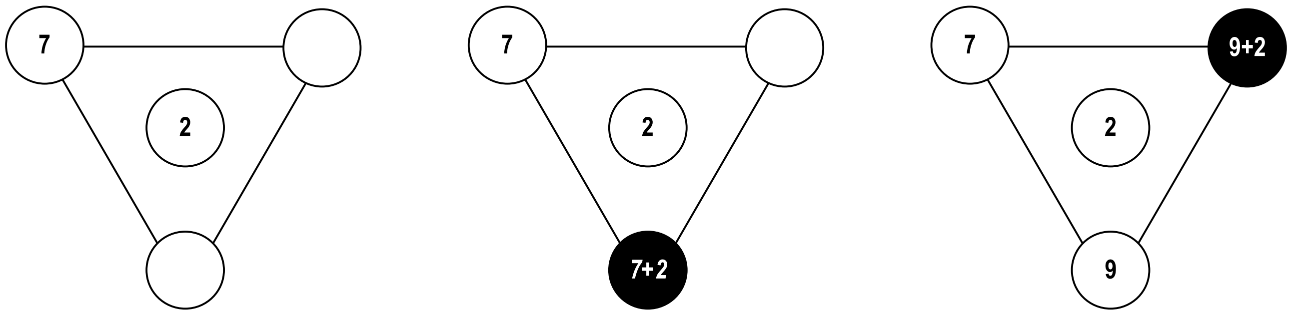
✎ Vérifie que cette somme S est égale à quatre fois le 5e nombre de la liste.

✎ Teste cette affirmation avec d'autres nombres de départ.

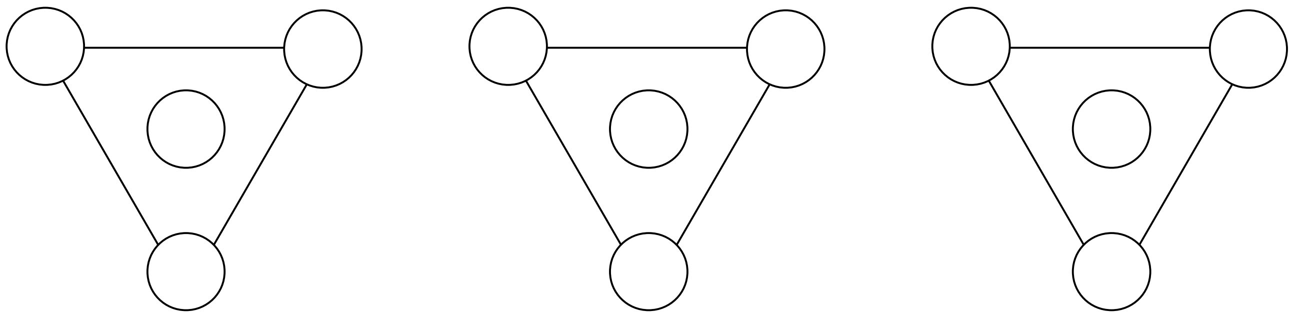
✎ Prouve que cette affirmation est toujours vraie, quels que soient les nombres choisis au départ.

i] <u>Diagrammes</u>

Choisis deux nombres et effectue les opérations suivantes :

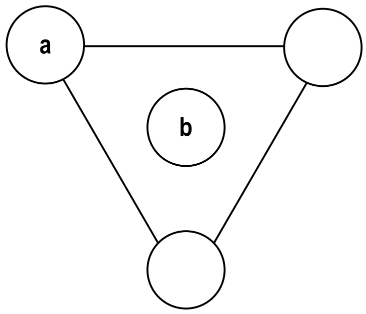


On constate que 7 + 11 est le double de 9.
Cette propriété se retrouve-t-elle avec d'autres nombres de départ ? Fais trois essais :



1er essai *2ème essai* *3ème essai*

Explique ensuite cette observation en utilisant des lettres :



2. DES OPERATIONS QUI S'ENCHAINENT…

Ce tableau utilise l'opérateur : **+ 4**

Complète-le.

Entrée	Sortie
3	7
5	
	10
	23

+ 4

Formule : y = x + 4

Détermine chaque fois l'opérateur qui convient au tableau :

Entrée	Sortie
6	3
10	5
18	9
2	1

……

Formule : …………………

Entrée	Sortie
3	5
9	11
50	52
1	3

……

Formule : …………………

Voici quatre opérateurs. Pour chaque tableau, il faut en enchainer deux. Fais le bon choix :

. 2 | . 3 | + 1 | - 1

Entrée	Sortie
2	3
8	15
20	39
5	9

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	7
8	25
20	61
5	16

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	5
8	17
20	41
5	11

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	2
8	8
20	20
5	5

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	2
8	14
20	38
5	8

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	6
8	18
20	42
5	12

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	5
8	23
20	59
5	14

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	12
8	48
20	120
5	30

…… ……

Formule : ....

Entrée	Sortie
2	9
8	27
20	63
5	18

…… ……

Formule : ....

3. VALEURS NUMERIQUES

a] Calcule la valeur numérique des expressions suivantes quand ***n* = 3**

4.n + 2	n.(5 – n)	10 + 2.n

b] Calcule la valeur numérique des expressions suivantes quand ***a* = 2**

5a – 3	7a + 2	a.(a + 4)

c] Voici une expression littérale : ***a.b* – 2.*a* + 4.*b*.**

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes quand ***a* = 3** et ***b* = 5**

d] Calcule la valeur numérique des expressions suivantes quand ***n* = 3 et *x* = 6**

n + x – 4	2.(x – n)	5.x – 2 + n

4. ECRIRE UNE EXPRESSION LITTERALE

a] Traduis chaque phrase par une expression littérale.

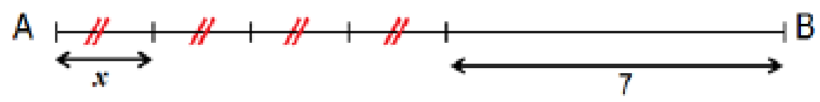
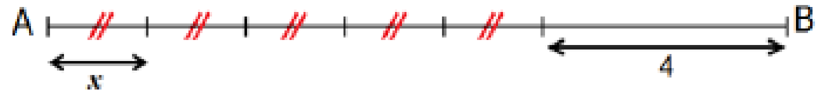
***Le produit de 6 par x →** ....*	***La somme de 3 et de x →** ....*
***10 de plus que a →** ....*	***10 de moins que p →** ....*
***100 fois plus que c →** ....*	***Le tiers de y →** ....*
***Ajouter 7 au triple de n →** ....*	***Soustraire 5 au double de b →** ....*
***Le triple de x, augmenté de 5 →** ....*	***Le carré de la somme de a et de b →** ....*
***Le triple de, x augmenté de 5 →** ....*	***La somme des carrés de a et de b →** ....*
***Le quintuple de x, augmenté du double de y →**..............*	***Le quotient du triple de a et de b →** ....*

(g) On ajoute 7 au triple de n ....

(h) On soustrait 5 au double de t ....

b]

Exercice n°2 : Pour chaque schéma, écrire une expression qui donne la longueur du segment [AB] :

Schéma 1	 $\overline{AB}$ = ...
Schéma 2	 $\overline{AB}$ = ...

Exercice n°4 : Assoc… d'obtenir directement…

Programme A
- Choisir un no…
- Multiplier le…
- Soustraire 3 a…

Programme B
- Choisir un no…
- Lui ajouter 5…
- Multiplier le…

Programme C
- Choisir un no…
- Multiplier le…

Ajouter 5 au…

…mme D

Exercice n°3 :

…ar une expression.

(b) La somme de 3 et de x ....

(d) 10 de moins que p ....

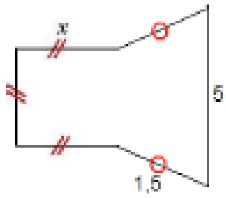
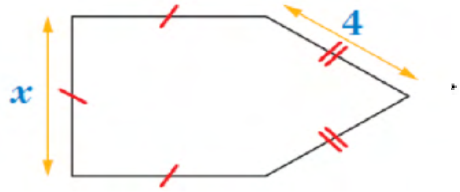
(f) Le tiers de y ....

(h) On soustrait 5 au double de t ....

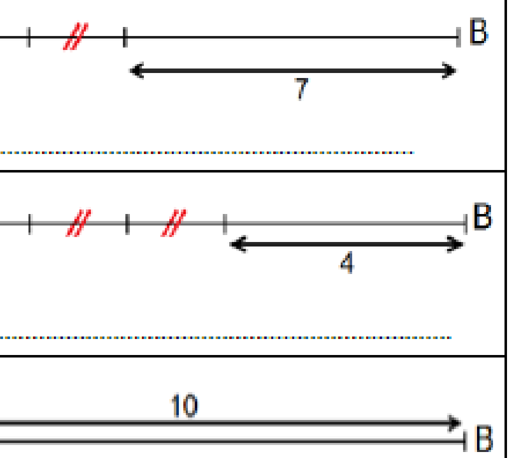
Exercice n°3 :

(a) Exprime le périmètre de chaque figure en fonction de x.

(b) Calcule le périmètre de chaque figure quand x vaut 3.

Figure 1	**Figure 3**
	
....	....

…ire une expression qui donne la longueur



Exercice n°4 : Associe à chaque programme de calcul une expression qui permet d'obtenir directement le résultat.

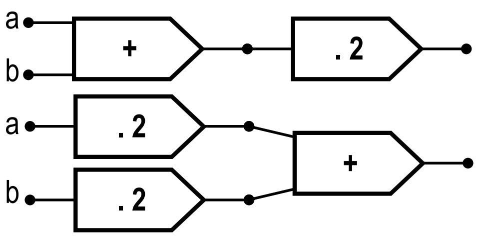
Programme A ▪ Choisir un nombre. ▪ Multiplier le par 5. ▪ Soustraire 3 au résultat	●	● $3 \times n - 5$ ● $(n - 3) \times 5$
Programme B ▪ Choisir un nombre. ▪ Lui ajouter 5. ▪ Multiplier le résultat par 3.	●	● $3 \times n + 5$ ● $(n - 5) \times 3$
Programme C ▪ Choisir un nombre. ▪ Multiplier le par 3. ▪ Ajouter 5 au résultat	●	● $5 \times n - 3$ ● $(n + 3) \times 5$
Programme D ▪ Choisir un nombre. ▪ Lui soustraire 3. ▪ Multiplier le résultat par 5.	●	● $5 \times n + 3$ ● $(n + 5) \times 3$

▪ Multiplier le résultat par 5. ● $(n + 5) \times 3$

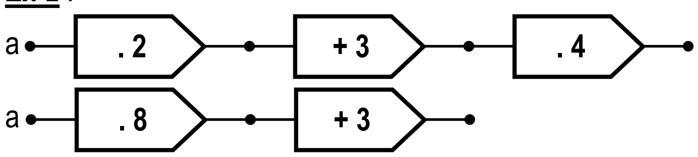
5. CHAINES DE CALCULS

Ecris l'expression littérale qui correspond à l'extrémité de chaque chaine. Les deux chaines conduisent-elles au même résultat pour n'importe quelles valeurs de « a » et de « b » ? Si oui, cite la propriété utilisée, si non, donne un contre-exemple :

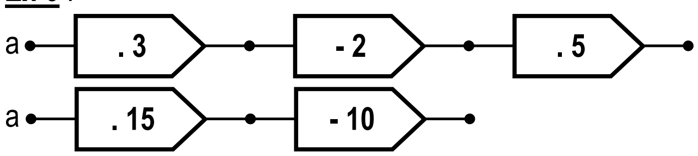
Ex 1 :



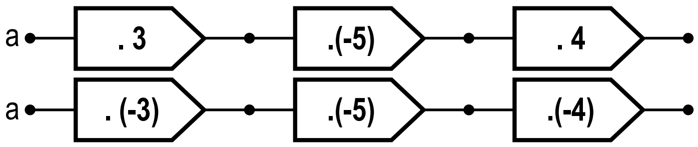
Ex 2 :



Ex 3 :

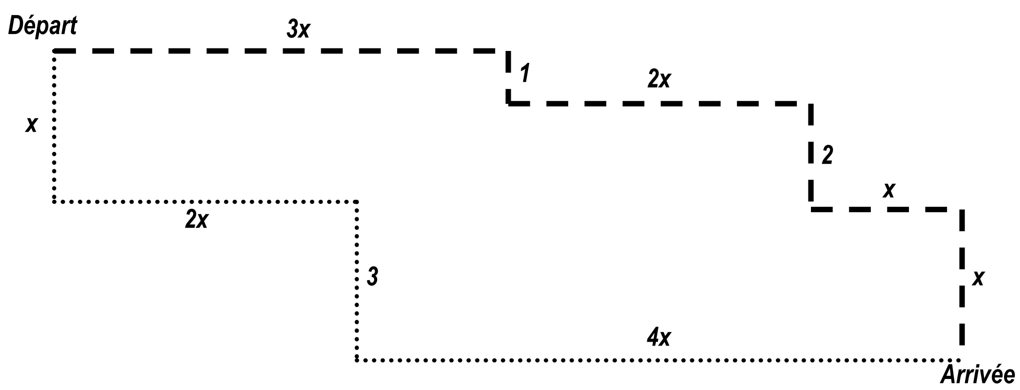


Ex 4 :



6. COMPARER LES TRAJETS

La lettre « x » représente un certain nombre de centimètres. Les autres nombres sont des mesures en cm. Justifie par un calcul littéral que les deux trajets ont la même longueur.

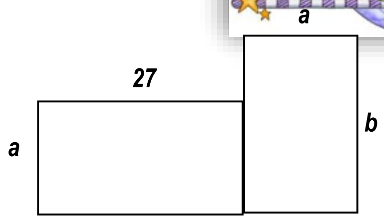


7. CALCUL LITTERAL ET NUMERIQUE

a] Ecris l'aire de la figure en fonction des données ;

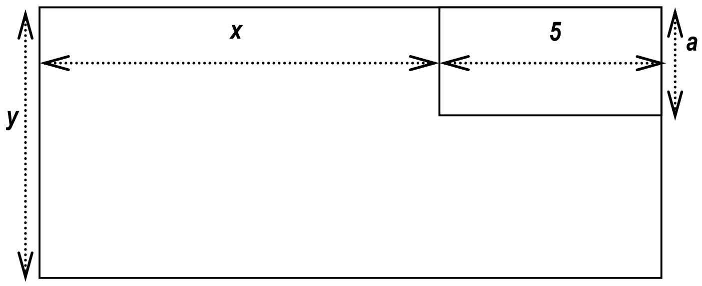
b] Transforme cette expression par une mise en évidence ;

c] Calcule l'aire de cette figure si a = 12 cm et b = 24 cm



8. PLAN DE TERRAIN

Voici le plan d'un terrain sur lequel M.Machin a construit un chalet :



Que peux-tu calculer à partir des expressions suivantes ?

a] x + 5 ➥ ....

b] 5a ➥ ....

c] 2.(5 + a) ➥ ....

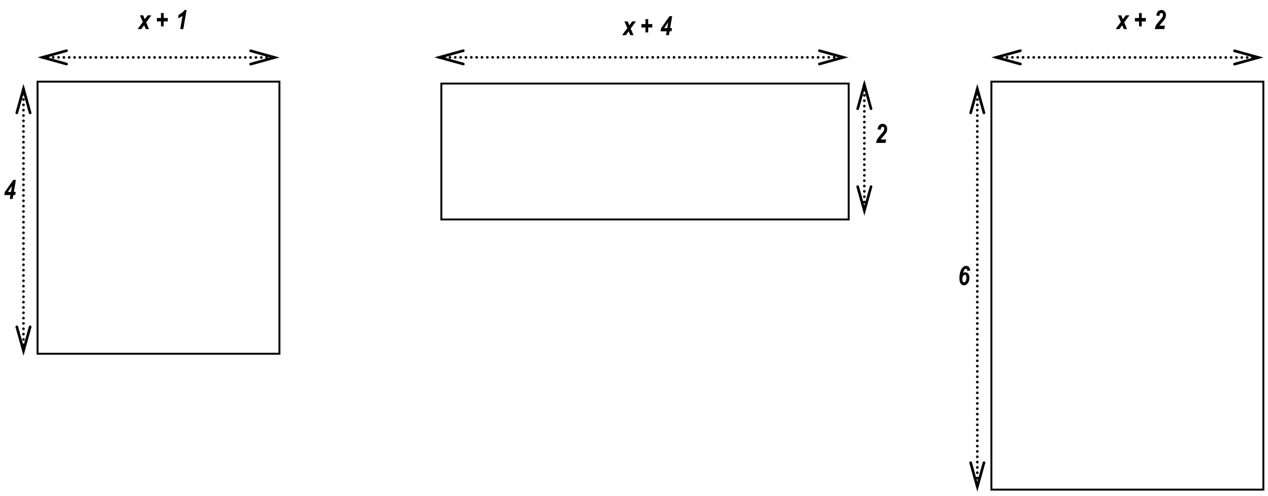
d] 2x + 2y + 10 ➥ ....

e] y – a ➥ ....

f] y.(x + 5) ➥ ....

9. SOMME D'AIRES

Voici trois rectangles dont les dimensions ont été précisées ci-dessous :



Vérifie par un calcul que l'aire du rectangle de droite est égale à la somme des aires des deux rectangles de gauche.

10. EXPRESSIONS LITTERALES

- Une classe de première année est composée de 24 élèves ; combien y a-t-il d'élèves dans « x » classes de 1ère année ?
- Combien y a-t-il de mètres dans « x » kilomètres ?
- Quel nombre vaut 7 de moins que le nombre « n » ?
- Une sortie à Walibi coûte 500€ de car plus 21€ par élève pour l'entrée. Combien cette sortie coûte-t-elle pour « x » élèves ?
- Une gaufre coûte « g » € et une canette « c » €.
  → Quel est le prix d'une gaufre et d'une canette ?
  → Quel est le prix de 24 gaufres et 5 canettes ?
  → Quel est le prix de « x » gaufres et « y » canettes ?
  → Si 6 gaufres et 3 canettes coûtent 5€, écris une égalité avec des « g » et des « c » qui traduit cette situation.

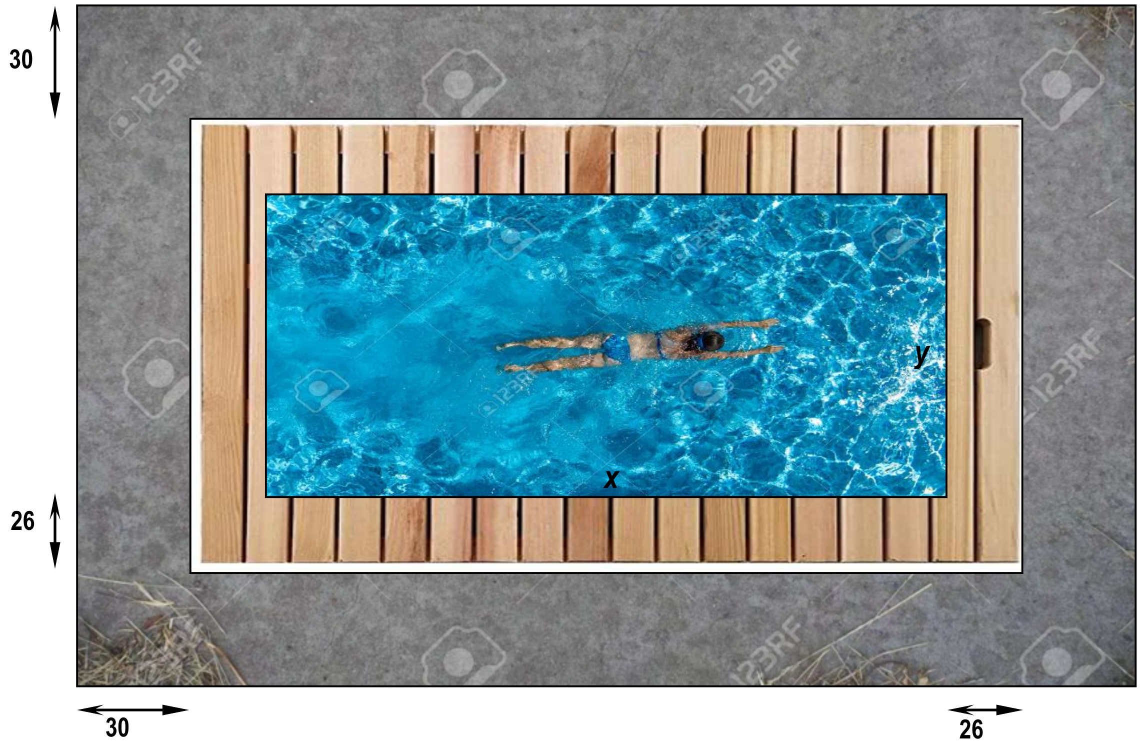
11. PISCINE

Le schéma de la piscine de Mathilde est formé de trois rectangles emboîtés (vue du haut) :

a] Ecris en fonction de x et de y le périmètre de chaque rectangle ;

b] Ecris en fonction de x et de y l'aire de la piscine, l'aire de la bordure en bois et l'aire de la partie en pavés ;

c] Le prix du pavé est de 40€ le m². Combien coutera le recouvrement du pourtour de la piscine ?

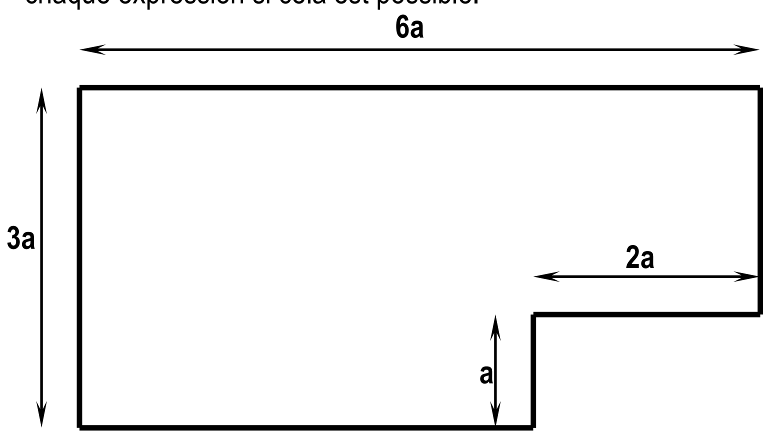


12. CURIOSITE

On donne *a = 123456789.* Calcule *10a* puis *9a.* Calcule ensuite *18a ; 27a ; 36a ; 54a ; 63a ; 72a* et *81a*

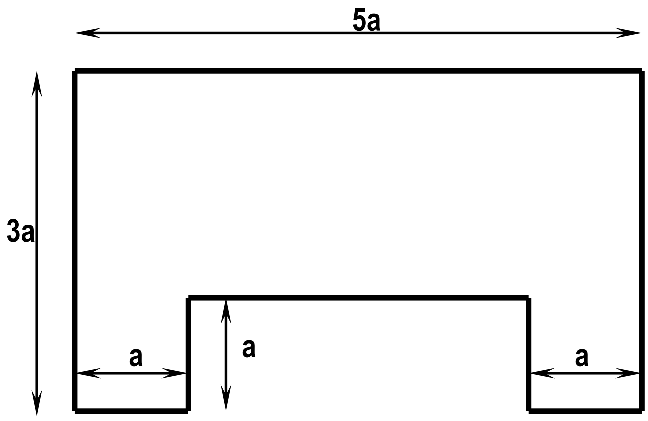
13. PERIMETRE ET AIRES

Ecris le périmètre et l'aire des figures ci-dessous en fonction des données. Réduis chaque expression si cela est possible.



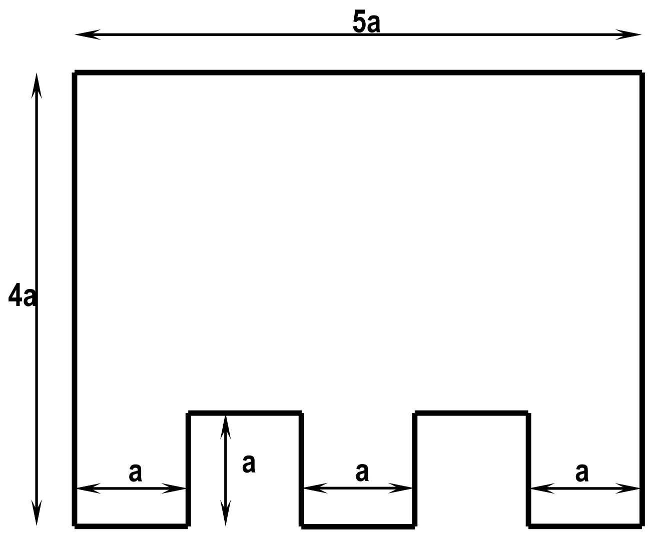
P =

A =



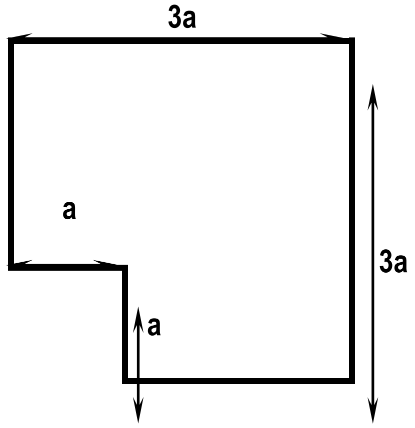
P =

A =



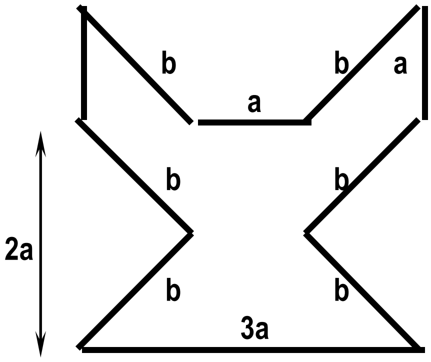
P =

A =



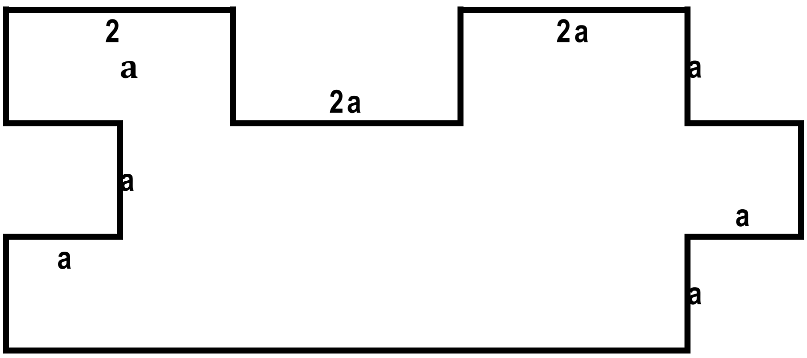
P =

A =



P =

A =



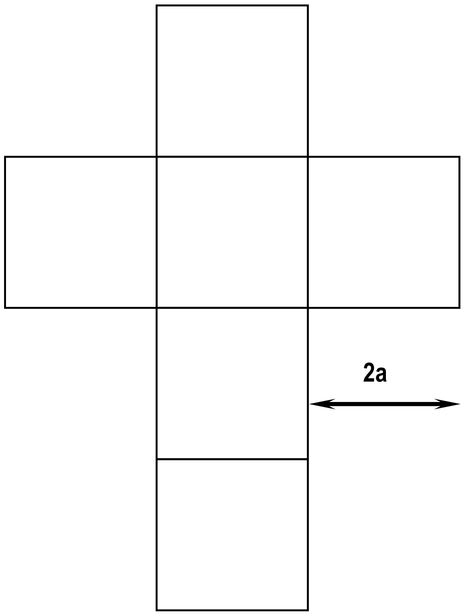
P =

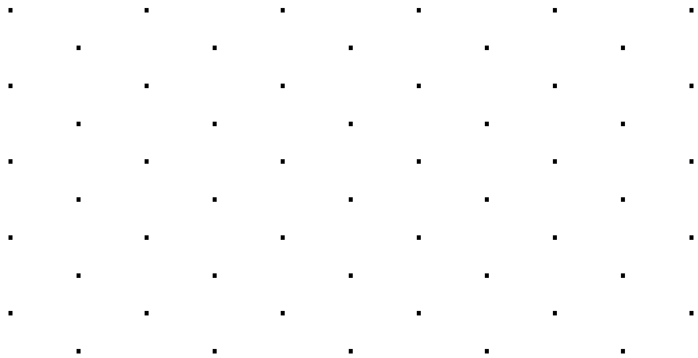
A =

14. AIRES ET VOLUMES

a) Représente les solides suivants (sur le plan pointé) à partir de leur développement.

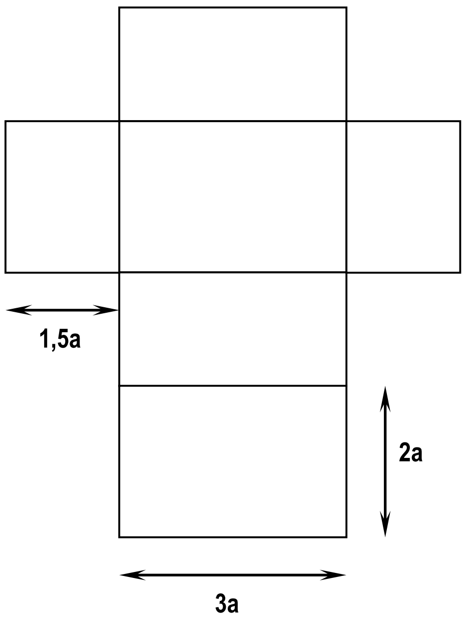
b) Ecris, ensuite, l'aire ***totale*** et le volume de ces figures en fonction des données. Réduis chaque expression si cela est possible.

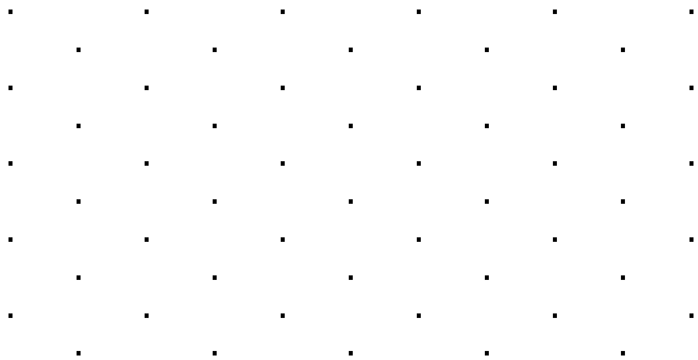




A =

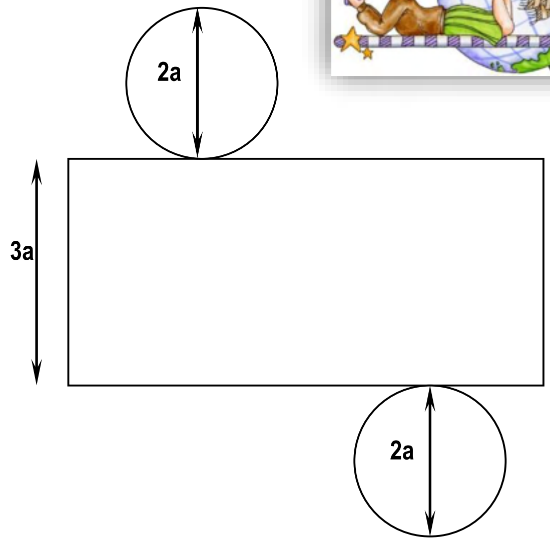
V =





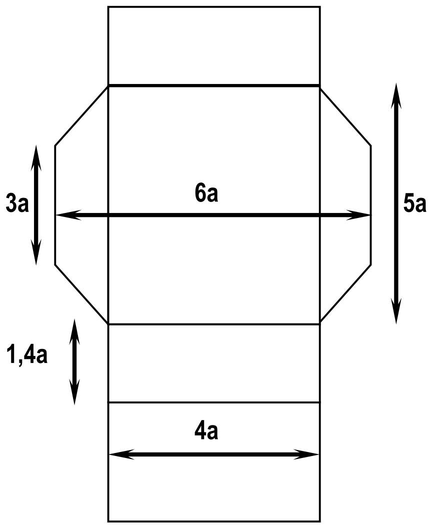
A =

V =



A =

V =



A =

V =

Théorie page 17

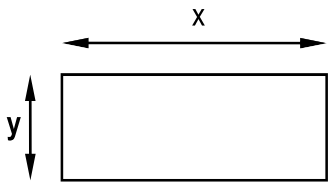
CHAPITRE 5 : PREMIERS CALCULS ALGEBRIQUES

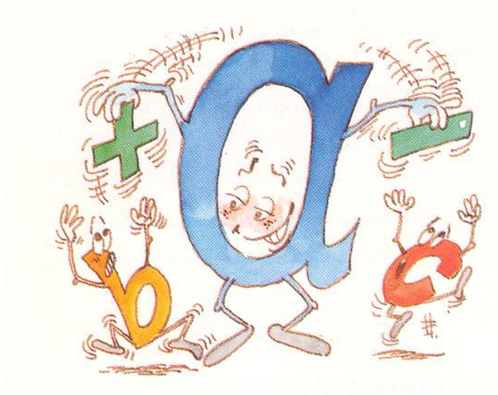
1. CALCULS ALGEBRIQUES : INTRODUCTION

« *Algèbre* » est un mot d'origine arabe, directement tiré d'un ouvrage du savant perse *Al-Khwarizmi* (783 – 850 environ) : *Al Jabr*. L'algèbre est alors la science des équations.
Deux mille ans avant Jésus-Christ, les Babyloniens et les Egyptiens savent déjà résoudre des problèmes en utilisant les équations. Mais ils ne recourent pas encore à l'écriture littérale pour décrire leurs résolutions ; ils les transcrivent à l'aide de phrases. C'est *Diophante d'Alexandrie* qui, au IIIe siècle av. J.-C., commence à introduire des symboles en utilisant des « abréviations » pour l'inconnue et pour les opérations.
Aux VIIIe et IXe siècles, le monde arabo-musulman opère une synthèse de toutes les connaissances de l'époque et Al-Khwarizmi publie, en 825, son recueil Al Jabr, considéré comme la naissance officielle de l'algèbre.
En Occident, les premières traductions de ce fameux traité apparaissent au XVe siècle, en Italie. Jusqu'alors, le manuel de référence est le livre *Liber Abaci* de l'Italien *Léonard de Pise*, dit *Fibonacci* (1170-1250).
C'est le français *François Viéte* (1540-1603) qui donne à l'algèbre un nouvel essor en introduisant le symbolisme littéral. A la suite, *Descartes* (1596-1650) met définitivement en place les notations que nous employons aujourd'hui.

2. APPLICATION DES PRIORITÉS OPÉRATOIRES AU CALCUL LITTÉRAL

1] Soit un rectangle de longueur **x** et de largeur **y**





- Sans prendre ses mesures, mais en utilisant le compas,

  a) double sa longueur,

  b) triple sa largeur,

  c) dessine le nouveau rectangle obtenu.

- Formule la longueur du nouveau rectangle. ....
- Formule la largeur du nouveau rectangle. ....
- Comment exprimer l'aire du nouveau rectangle ? ....
- Réduis cette expression le plus possible, tu obtiens: ....
- Recopie dans ce cadre les expressions égales de l'aire du grand rectangle.

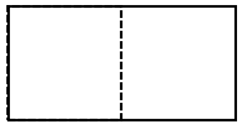
....

- Quelle est la variation d'aire entre ces deux rectangles ? (indique le calcul complet)

....

2] Soit un rectangle dont la longueur vaut le double de la largeur **x**.

- Dessin

x 

- Exprime la longueur en fonction de la largeur.

  L = ...

- Exprime l'aire du rectangle

  ....

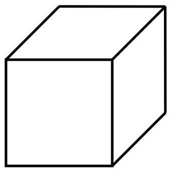
- Réduis cette expression si c'est possible.

  ....

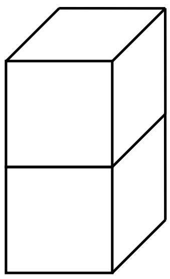
- Recopie dans ce cadre les expressions égales de l'aire du rectangle.

Remarque:
Les applications 1 et 2 nous montrent que le fait de ne connaître qu'une partie des nombres ne nous empêche pas de réduire des expressions. C'est ce qu'on appelle ***le calcul littéral***.

3] La longueur du côté de ce cube vaut **x**.



- Exprime
  - le périmètre d'une face ....
  - l'aire d'une face ....
  - l'aire totale des faces verticales ....
  - son volume ....
- On pose un deuxième cube identique au premier sur celui-ci.



- Exprime
  - le périmètre d'une face verticale ....
  - l'aire totale des faces verticales ....
  - l'aire totale de toutes les faces du parallélépipède rectangle obtenu

    ....
  - le volume de ce parallélépipède ....

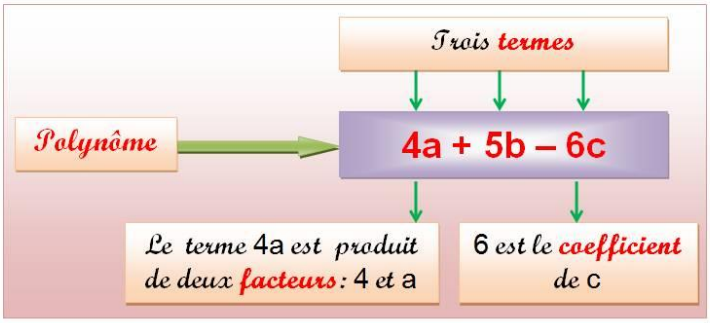
Exploration : Calculs algébriques et développements de solides

2.1. Somme de termes identiques

Nous savons que :

$$5 + 5 + 5 + 5 = 4 . 5$$

Une somme de termes identiques peut s'écrire sous la forme d'un produit. Il en va de même pour le calcul algébrique :



$$a + a + a = 3a$$

$$ax + ax + ax + ax + ax = 5ax$$

$$b^2 + b^2 + b^2 = 3b^2$$

Dans l'expression ***3a*** ; "***3***" est appelé **coefficient** et indique le nombre de **termes** identiques.

2.2. Réduction de termes semblables

Exemples :

$$\begin{aligned} a + 3a + a + 2a &= a + (a + a + a) + a + (a + a) \\ &= a + a + a + a + a + a + a \\ &= 7a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2ab + 3ab &= (ab + ab) + (ab + ab + ab) \\ &= ab + ab + ab + ab + ab \\ &= 5ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + x^2 &= (x^2 + x^2 + x^2 + x^2) + x^2 \\ &= x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 \\ &= 5x^2 \end{aligned}$$

$$2a + 5b + 9a + 6ab = 11a + 5b + 6ab$$

Dans une somme algébrique, on n'additionne que ***les termes semblables***, c'est-à-dire les termes qui ont la même partie littérale.

2.3. Produit de facteurs identiques

Nous savons que :

$$5 . 5 . 5 . 5 = 5^4$$

Un produit de facteurs identiques peut s'écrire sous la forme d'une puissance. Il en va de même pour le calcul algébrique :

$$a . a . a = a^3$$

$$ax . ax . ax . ax . ax = (ax)^5$$

$$b^2 . b^2 . b^2 = (b^2)^3$$

Dans l'expression ***a³*** ; "***3***" est appelé **exposant** et indique le nombre de **facteurs** identiques.

2.4. Réduction de produits

Dans le calcul algébrique, pour réduire un produit, on utilise les propriétés de commutativité et d'associativité :

$$\begin{aligned} 2a . 3b &= 2.a . 3.b \\ &= (2.3) . (a.b) \\ &= 6ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5a . a &= 5.a . a \\ &= 5 . (a.a) \\ &= 5a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2xy . x &= 2.x.y . x \\ &= 2 . (x.x).y \\ &= 2x^2y \end{aligned}$$

2.5. Exercices hors contexte

Série 1	Série 2	Série 3
1) 3a . 2b =	11) 3a + 4b =	21) 3f . f =
2) 5a . 4a =	12) 4a + 7 =	22) 3f + f =
3) 6a + 4a =	13) 5a . 3 =	23) 6a + 2 =
4) 8a + 4b =	14) 4 . 2b =	24) 6a . 2 =
5) 2 . 3a + 2 . 5b =	15) a + 4 =	25) g . g =
6) 2 . 5a + 2 . 3a =	16) 3a + 2b + 5a + 5 =	26) g + g =
7) 4a + 2b + 4a + 2b =	17) 2a + 5a =	27) a + 5 =
8) 2x + 3x + 2x + 3x =	18) 2a . 5a =	28) a . 5 =
9) 3a + 2b + 4a + 3b =	19) 6a + 2a =	29) 5a . 3a . 2b =
10) 3a + 7 + 2a + 9 =	20) 6a . 2a =	30) 6a + 5a . 2b =

Solutions : 6ab ; 20a² ; 10a ; / ; 6a + 10b ; 16a ; 8a + 4b ; 10x ; 7a + 5b ; 5a + 16

Solutions : / ; / ; 15a ; 8b ; / ; 8a + 2b + 5 ; 7a ; 10a² ; 8a ; 12a²

Solutions : 3f² ; 4f ; / ; 12a ; g² ; 2g ; / ; 5a ; 30a²b ; 6a + 10ab

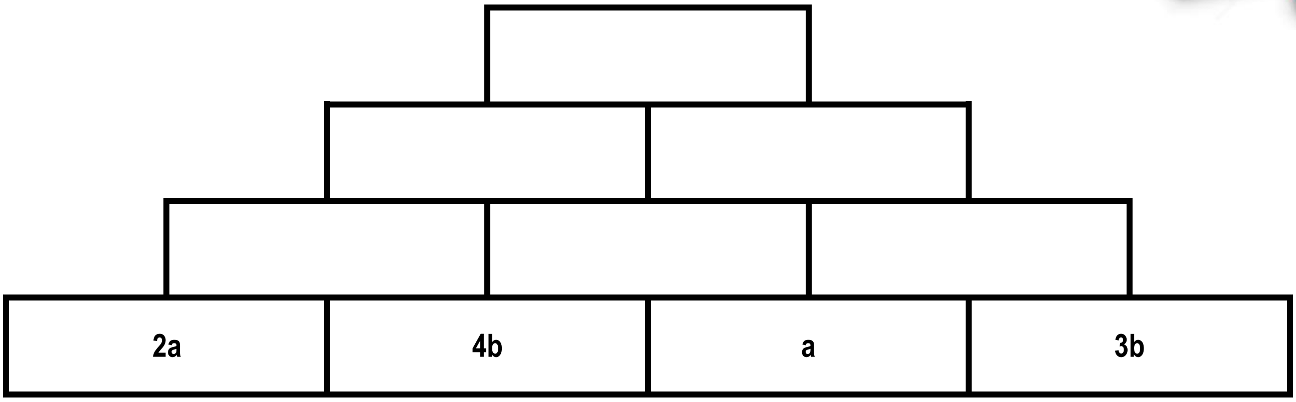
Série 4	Série 5	Série 6
31) 2a . 9b =	38) 1 . 7b . 9a =	45) 0 . 35b =
32) 2a + 3a + 5a =	39) 11a . 3 + 8 + 15a - 7 =	46) 6d - 3d =
33) 3 . (8 . a) . (3 . b) =	40) 3xy - 2xy + 8xy - 5xy =	47) 2ab . 8ab =
34) x . 16y + 5xy + 7y . 3x =	41) 4x² + 5x² =	48) 4ac . 12by =
35) 6u + 13f - 4u - 13f - 2u =	42) 2 . 5a =	49) 3x . 10x =
36) 7ax + 9 + 8a . 9x + 4 . 5 =	43) 2x² + 7x² =	50) 2 . 3a . 2b . 2ab =
37) 26a . 3b . 0 =	44) 12a . 5b =	51) 3a . 2b + 2b . a =

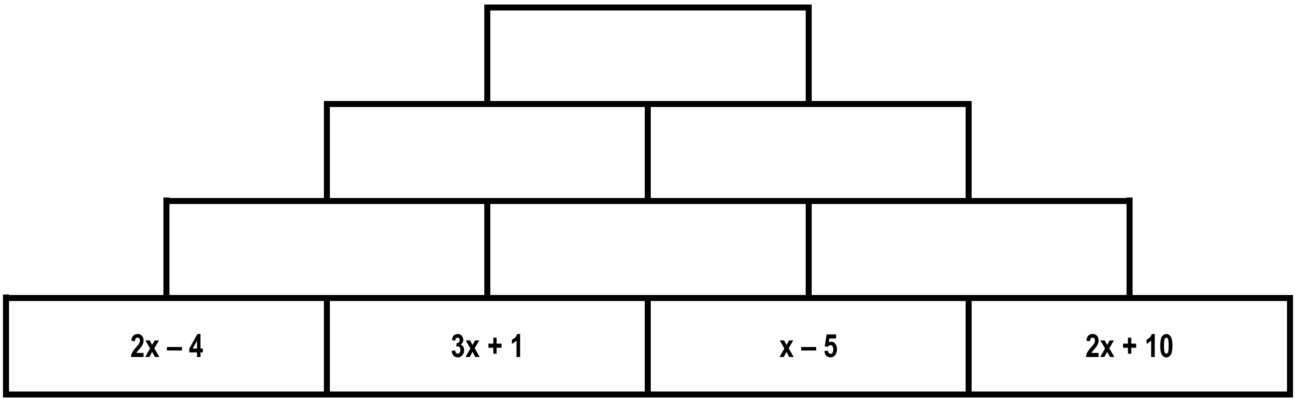
Solutions : 18ab ; 10a ; 72ab ; 42xy ; 0 ; 79ax + 29 ; 0

Solutions : 63ab ; 48a + 1 ; 4xy ; 9x² ; 10a ; 9x² ; 60ab

Solutions : 0 ; 3d ; 16a²b² ; 48abcy ; 30x² ; 24a²b² ; 8ab

Chaque case se calcule en ajoutant les expressions des deux cases en-dessous…





Le principe est le suivant : l'extrémité de chaque flèche indique la somme de la ligne ou de la colonne correspondante. Complète les cases vides sachant que « x » désigne un nombre quelconque :

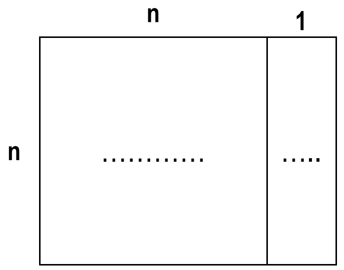
2x - 8	2x - 5	9x - 2	3 + 4x	→
7 + 3x	5x – 4	12x – 6	1 – 6x	→
↓	↓	↓	↓	

2.6. La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction

Dans nos recherches de formules du chapitre 1 et dans les explorations ci-dessus, nous avons transformé certaines expressions pour prouver qu'elles étaient égales :

Exemple des nombres triangulaires (en négligeant la division par 2) :

$$n.(n + 1) = n^2 + n$$



En général, nous noterons.

....

ce qui signifie que ***la multiplication est distributive par rapport à l'addition.***

Nous retiendrons :

L.L.:	La multiplication est distributive par rapport à l'addition.
L.M.:	

Exemple de l'exercice 2b) :

$3 + \mathbf{2.(n - 1)} = 3 + \mathbf{2n - 2}$

$= 2n + 1$

En général, nous noterons.

....

ce qui signifie que ***la multiplication est distributive par rapport à la soustraction.***

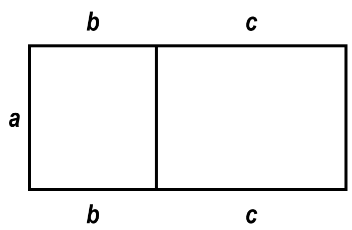
Nous retiendrons :

L.L.:	La multiplication est distributive par rapport à la soustraction.
L.M.:	

Exercice :

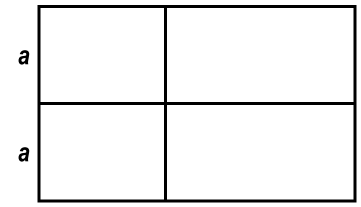
Pour chacune des figures ci-dessous :

a) *Exprime l'aire des rectangles en utilisant la formule **L .l***
b) *Applique la distributivité à cette expression.*



Aire = ...

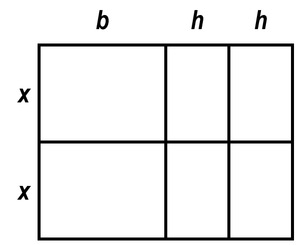
....



Aire = ...

....

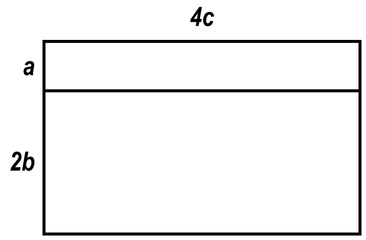
....



Aire = ...

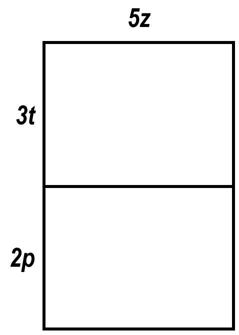
....

....



Aire = ...

....



Aire = ...

....

<u>Application hors contexte</u>

Transforme ces produits de facteurs en sommes de termes.

2 . (a + b)	(5 + a) . 3	5 . (a + b + c)
=	=	=
x . (6 - y)	(x + 2) . a	(4 - a) . 5
=	=	=
5 . (b - c) . 4	a . (c + 6) . 7	6 . (a + 8 - b)
=	=	=
=	=	=
	=	

2.7. Priorités opératoires

Modifie l'écriture pour pouvoir réduire les termes semblables :

$(-x + y) + 3x + (-2y) =$

$3(x - 7) + 5(x - 1) =$

$-4(x - 1) + (-3x) + 5 =$

$4(3 + a) + 7a =$

$-3(a + 2) + (-2).a + 5 =$

$2a(5b + 3) + 3b(4a - 5) =$

$(a + b).a + (a + b).b =$

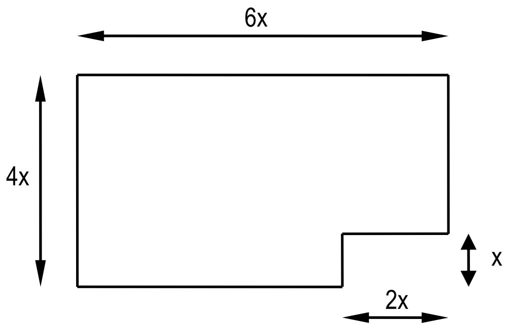
$-1(x - 3) + 5x =$

$-1(2x + 8) - 7x =$

2.8. Périmètres, aires et volumes

- Exprime la mesure du périmètre et de l'aire des figures ci-dessous, en fonction des longueurs **x** et **y**.
- Réduis ensuite les expressions obtenues.

Fig. 1



P: ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

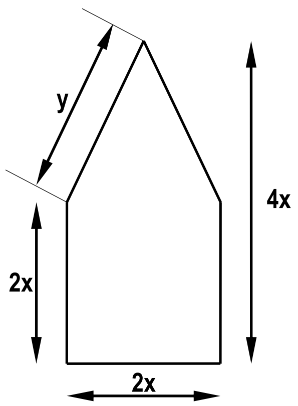
= ……………………………………………………………

A: ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

= ……………………………………………………………

Fig. 2



P: ....

= ....

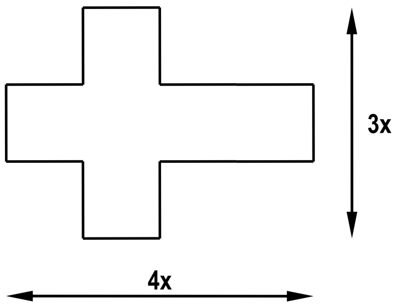
= ....

A: ....

= ....

= ....

Fig. 3



P: ....

= ....

A: ....

= ....

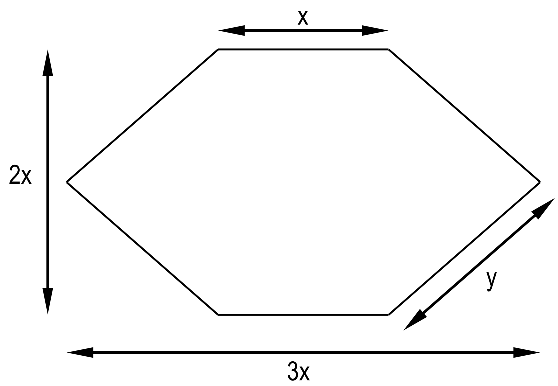
= ....

= ....

= ....

= ....

Fig. 4



P: ....

= ....

= ....

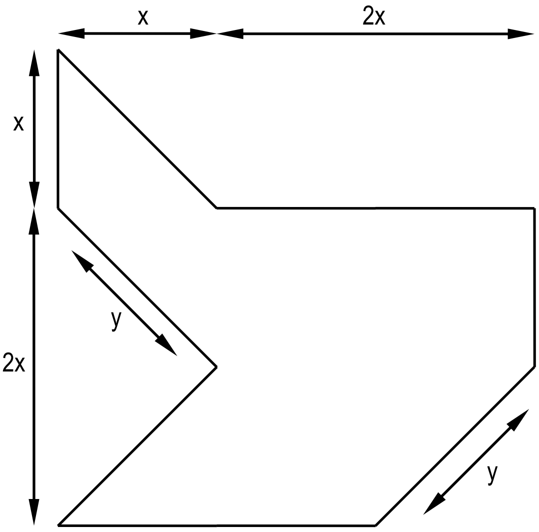
A: ....

= ....

= ....

= ....

Fig. 5



P: ....

= ....

A: ....

= ....

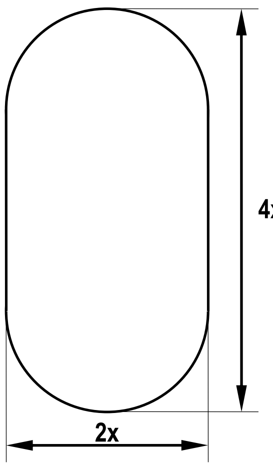
= ....

= ....

= ....

= ....

Fig. 6



P: ....

= ....

= ....

A: ....

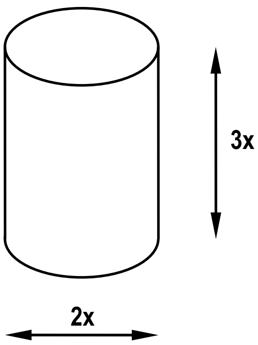
= ....

= ....

= ....

- Exprime l'aire totale et le volume du solide ci-dessous.
- Réduis ensuite les expressions obtenues.

Fig. 12



A: ....

= ....

= ....

= ....

V: ....

= ....

= ....

3. TRADUCTION D'UNE CONSIGNE EN LANGAGE MATHÉMATIQUE

Consignes	Cas particuliers	En général
a) - Choisir un nombre - Noter son double	→ .... →	→ .... → ....
b) - Choisir un nombre - Lui ajouter dix	→ .... →	→ .... → ....
c) - Choisir un nombre - Ecrire son carré - Ecrire le triple de son carré	→ .... → .... →	→ .... → .... → ....
d) - Choisir un nombre - Lui retrancher cinq - Elever le résultat obtenu au carré	→ .... → .... →	→ .... → .... → ....
e) - Choisir un nombre - Le multiplier par deux - Retirer trois du résultat obtenu - Lui ajouter le triple du nombre de départ	→ .... → .... → .... →	→ .... → .... → .... → .... = ...
f) - Choisir un nombre - Lui ajouter quinze - Elever le nombre obtenu au carré - Diviser ce carré par deux	→ .... → .... → .... →	→ .... → .... → .... → ....

4. RÉDACTION DU PROGRAMME

Sur feuille annexée, rédige le programme qui permet d'aboutir aux formules suivantes.

a) $3x + 6$

b) $\dfrac{x - 7}{2}$

c) $4x^2$

d) $(4x)^2$

e) $(x + 2)^2$

f) $5 \,.\, (2x - 3)$

g) $(2x)^2 + x^2$

h) $(3 - 2x)^2 + x^3$

5. VALEURS NUMÉRIQUES

1] Soit la formule *$(3x - 9) . 5 + 2x^2$*
Quelles valeurs prend-elle si on remplace x

par **3:** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

par **6:** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

par **10:** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

par **5:** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

par **7:** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

par **4,73** $(3x - 9) . 5 + 2x^2$

=

=

=

=

=

2] En imitant la disposition ci-dessus, calcule la valeur des expressions suivantes sur une feuille annexée numérotée, si **a** = 10, **b** = 5 et **c** = 4. *(N'oublie pas de recopier les énoncés)*

1) $a^2 + 3.a.b.c$

2) $(2a + b) - c^2$

3) $5a.b - 6b.c$

4) $4b^3 - a.c^2$

6. EXERCICES DIVERS…

1] Traduis les énoncés suivants par une expression littérale :

a) Le quadruple de y ⇨ ……………………………………
b) La somme de a et de b ⇨ ……………………………………
c) La somme du triple de x et du double de y ⇨ ……………………………………
d) Le triple de c augmenté, de 4 ⇨ ……………………………………
e) Le quadruple de la différence entre a et b ⇨ ……………………………………
f) La somme du carré de a et du cube de b ⇨ ……………………………………
g) La somme des carrés de a et de b ⇨ ……………………………………
h) Le carré de la somme de a et de b ⇨ ……………………………………
i) Le triple de la somme du double de x et du triple de y ⇨ ……………………………………

2] Traduis les expressions algébriques suivantes en français :

a) $4a$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
b) $2x + y$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
c) $b - 3a$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
d) $3(a + b)$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
e) $3a + 3b$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
f) $4(2a + b^2)$ ⇨ ……………………………………………………………………………………
g) $a^2 + b^3$ ⇨ ……………………………………………………………………………………

3] Quelle expression faut-il ajouter à la première pour obtenir la seconde ?

Expression de départ…	à laquelle j'ajoute…	…pour obtenir…
$x + 2$		$2x + 4$
$2n + 3$		$5n - 4$
$x + 8$		$3x + 1$
$3y + 5$		$y + 2$
$x^2 + 2x + 3$		$2x^2 + 5x + 7$
$2a^2 - 5a + 2$		$5a^2 + 2a - 1$
$2x^2 + 3x + 1$		$2a^2 + 3a + 1$

EQUATIONS

7. EQUATION

Dans les exercices supplémentaires sur l'addition, tu as résolu, sans le savoir, des équations.

1] Une **équation** est ....

2] **Résoudre une équation**, c'est ....

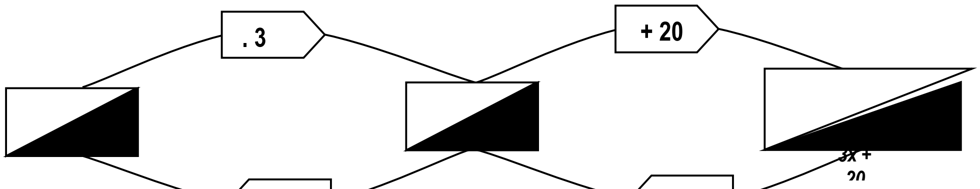
....

Justification de la méthode employée

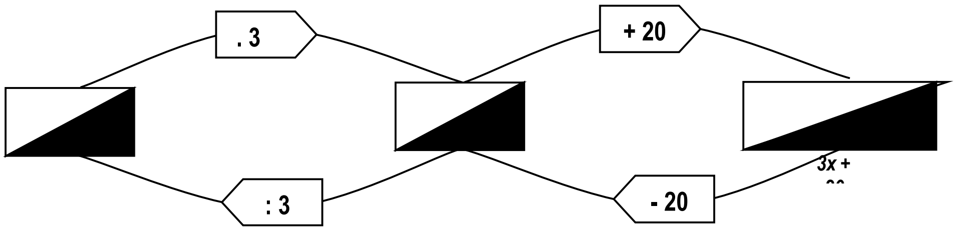
Exemple : $3.x + 20 = 8$

Pour résoudre une telle équation par une méthode intuitive, tu dois :

→ construire une « chaîne d'opérations » partant de « x » et aboutissant à $3.x + 20$



→ parcourir cette chaîne « à l'envers » en partant du nombre 8



Dans ton cahier d'exercices, résous les équations suivantes :

a) $-9 + 2x = 15$

b) $11x + (-7) = -29$

c) $-x + 8 = -9$

d) $17 + 3x = 8$

e) $-15 + 4x = -23$

f) $3x + (-4) = 8$

g) $15 + x = 6$

h) $5 + 6x = -13$

i) $-x + 8 = -34$

j) $9 - x = -14$

Résolution d'un problème avec mise en équation

Exemple :

Sur un des plateaux d'une balance équilibrée est placé un verre contenant 250 grammes d'eau. Sur l'autre plateau sont déposées des masses marquées pour une valeur totale de 345 grammes.
Quelle est la masse du verre ?

1] Désigne l'inconnue par la lettre x en écrivant :

*« Soit **x** la masse du verre »*

2] Ecris l'équation qui traduit la situation décrite par l'énoncé.

....

3] Résous-la : ⇔...

⇔...

4] Réponds par une **phrase complète** à la question posée dans l'énoncé en écrivant :

« La masse du verre est .... »

En imitant cet exemple, résous les problèmes suivants :

<u>Problème 1</u>

Trouve le nombre rationnel qui augmenté de dix-huit vaut l'opposé de sept.

1] Soit ***x*** ....

2] Mise en équation :

....

3] Résolution : ⇔...

⇔...

⇔...

4] Le nombre rationnel est ....

<u>Problème 2</u>

Quel est le nombre auquel il faut ajouter le carré de douze pour obtenir le carré de treize ?

1] Soit ***x*** ....

2] Mise en équation :

....

3] Résolution : ⇔...

⇔...

⇔...

⇔...

4] ....

<u>Problème 3</u>

En ajoutant l'opposé de neuf à un nombre, on obtient l'opposé de quatorze. Quel est ce nombre ?

1] ....

2] Mise en équation :

....

3] Résolution : ⇔...

⇔...

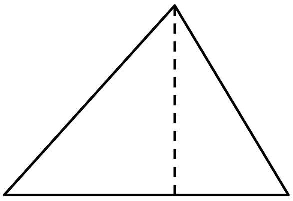
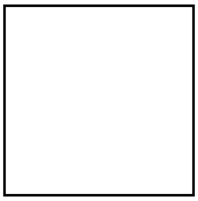
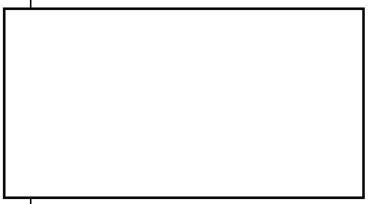
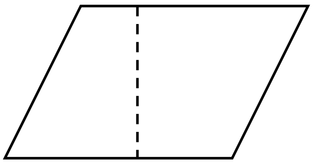
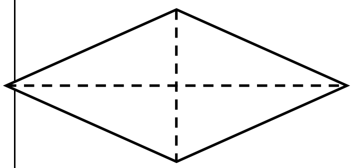
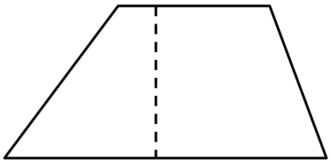
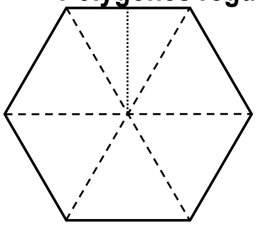
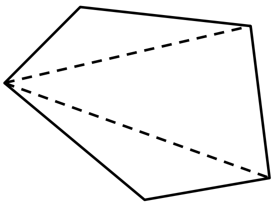
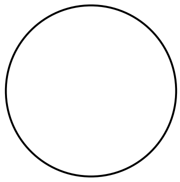
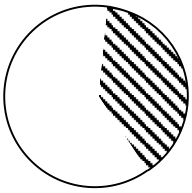
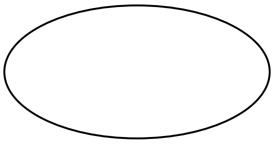
⇔...

⇔...

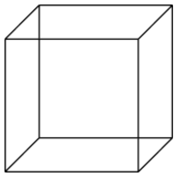
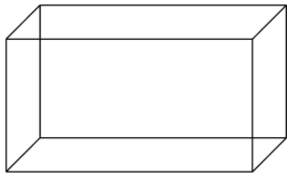
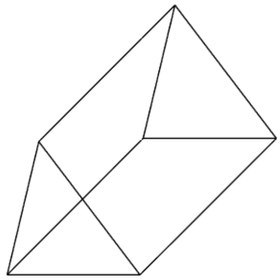
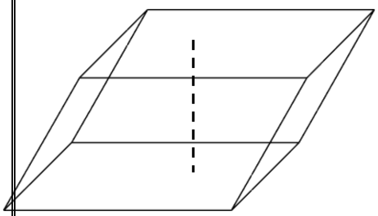
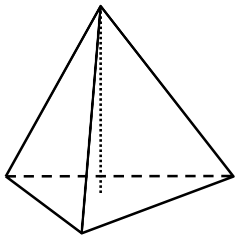
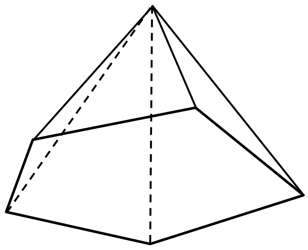
4] ....

PERIMETRES, AIRES ET VOLUMES

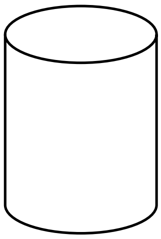
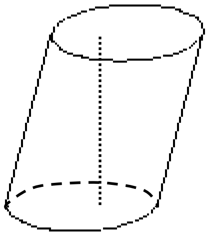
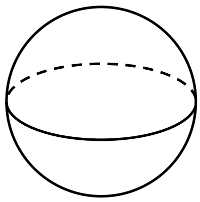
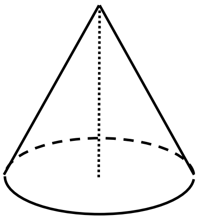
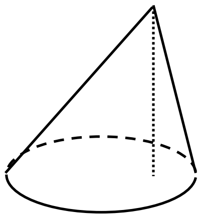
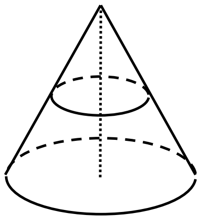
1. SURFACES PLANES

Triangle	Carré	Rectangle
 $P = C_1 + C_2 + C_3$ $A = \frac{B \cdot h}{2}$	 $P = 4 \cdot C$ $A = C \cdot C = C^2$	 $P = (L + l) \cdot 2$ $A = L \cdot l$
Parallélogramme	**Losange**	**Trapèze**
 $P = (L_1 + L_2) \cdot 2$ $A = B \cdot h$	 $P = 4 \cdot C$ $A = \frac{D \cdot d}{2}$	 $P = B + b + C_1 + C_2$ $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$
Polygones réguliers	**Polygones irréguliers**	**Cercle**
 $P = C \cdot N^{bre}$ de côtés $A = \frac{\text{Périmètre. Apothème}}{2}$	 $P = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n$ $A = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_{n-2}$	 $P = 2 \cdot \pi \cdot r =$ longueur de la circonférence $A = \pi \cdot r^2$
Secteur	**Ellipse**	P = Périmètre A = Aire V = Volume C = Côté L = Longueur l = largeur r = rayon R = rayon
 $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha°}{360°}$	 $A = \pi \cdot x \cdot y$	B = Base (Gde) b = petite base h = Hauteur D = Gde Diagonale d = petite diagonale $\alpha°$ = ampl. du sect. a, x, y = voir dessins

2. VOLUMES DE CORPS A FACES PLANES

Cube  $A_{totale} = 6 \cdot a^2$ $V = a^3$	**Parallélépipède rectangle**  $A = 2 \cdot (L.l + L.h + l.h)$ $V = L \cdot l \cdot h$	**Prisme droit**  $V = A_{base} \cdot h$
Prisme oblique  $V = A_{base} \cdot h$	**Tétraèdre régulier**  $V = A_{base} \cdot \frac{h}{3} = a^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12}$	**Pyramide quelconque**  $V = A_{base} \cdot \frac{h}{3}$

3. VOLUMES DE CORPS RONDS

Cylindre droit  $A_{totale} = 2.\pi.r.h + 2.\pi.r^2$ $V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$	**Cylindre oblique**  $V = A_{base} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$	**Sphère**  $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Cône droit  $A_{totale} = \pi \cdot r \cdot a + \pi \cdot r^2$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$	**Cône oblique**  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$	**Tronc de cône**  $A_{totale} = \pi.a.(R + r) + \pi.(R^2 + r^2)$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R.r)$