

COLLEGE SAINT-BARTHELEMY

MATHEMATIQUE

PREMIERE ANNEE



GRANDEURS

TRAITEMENTS DE DONNEES

Présentation de données chiffrées

Graphiques et proportionnalité

ANNEE SCOLAIRE 202... - 202...



Compétences

Expliciter les savoirs et les procédures

- ✎ Reconnaître dans un énoncé une situation de proportionnalité directe.
- ✎ Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.
- ✎ Justifier l'usage d'un pourcentage dans un calcul.
- ✎ Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.

Appliquer une procédure

- ✎ Compléter un tableau de proportionnalité.
- ✎ Utiliser les pourcentages ou les échelles comme un rapport particulier.
- ✎ Présenter des données numériques sous forme d'un diagramme en bâtonnets, circulaire ou évolutif.

Résoudre un problème

- ✎ Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, étendre, exploiter un tableau de nombres.
- ✎ Interpréter un énoncé mettant en œuvre deux grandeurs proportionnelles
- ✎ Établir des liens entre les informations fournies par un tableau de nombres et un diagramme exploitant le même ensemble de données

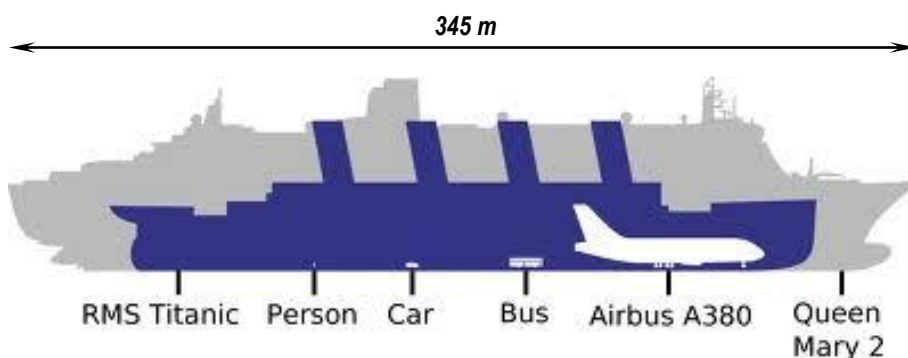


PROPORTIONNALITE ET GRAPHIQUE



1. EXPLORATION

1] Estimation et comparaison



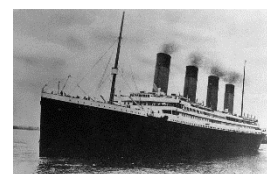
Le paquebot Queen Mary II à une longueur de 345 m.

- **Estime** « à vue » la longueur du Titanic, d'une voiture, d'un bus et de l'Airbus A380 :

	Titanic	Airbus A380	Bus	Voiture
Longueur en m				

- **Calcule** ces longueurs en complétant le tableau suivant :

	Longueur sur le dessin en cm	Longueur réelle en m ¹
Queen Mary II	12	345
	1	
Titanic		
Airbus A380		
Bus		
Voiture		

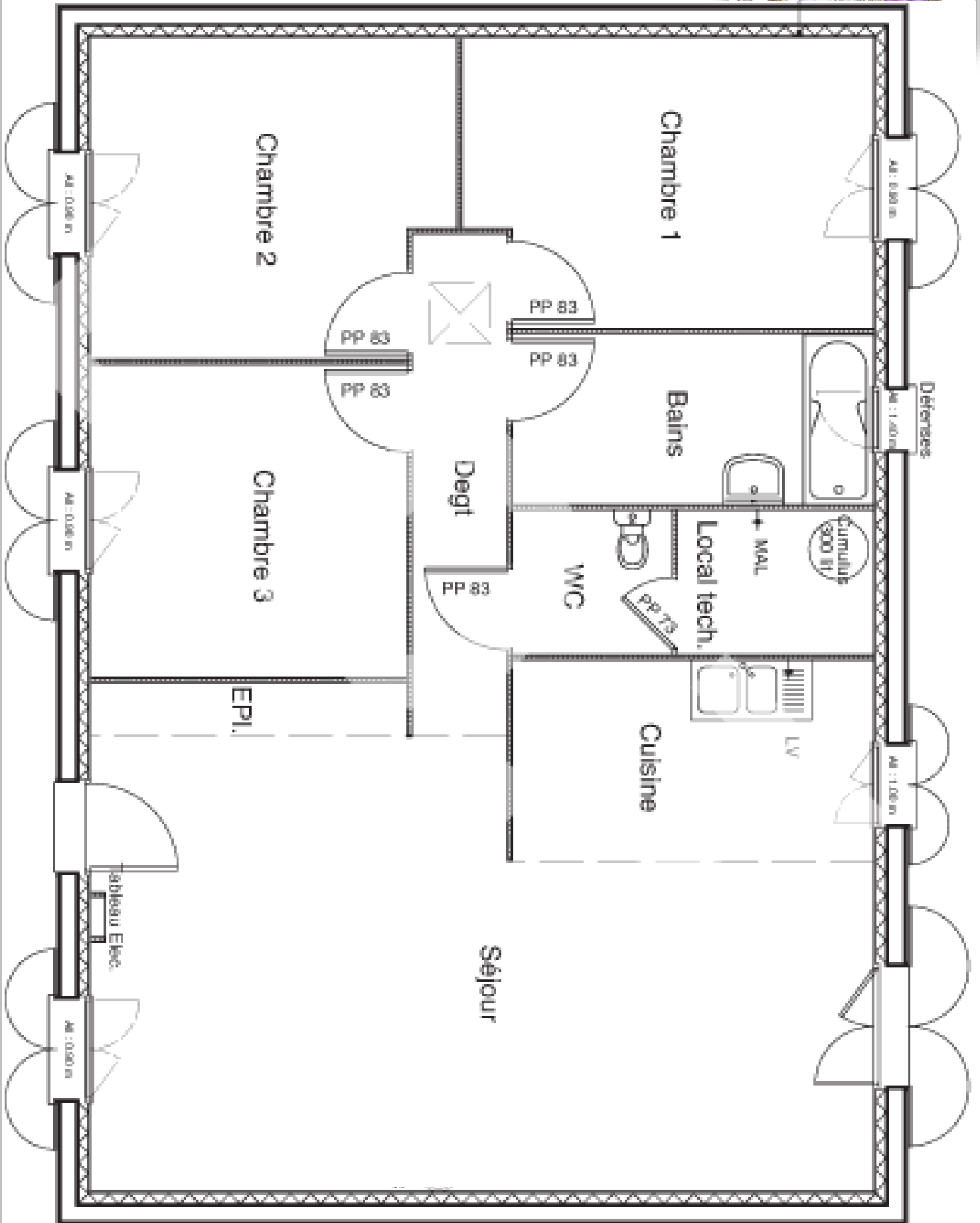


2] Plan de maison

Sur la page suivante, tu trouveras le plan d'une maison à l'échelle 1/50. Aménage-la à ton goût en y plaçant les meubles suivants :

- Un vaisselier de 2,5 m sur 0,5 m ;
- Une table de salon de 2,2 m sur 0,9 m entourée de 6 chaises de 40 cm sur 40 cm
- Un divan-lit de 2 m sur 0,8 m ;
- Deux fauteuils de 0,8 m sur 0,8 m ;
- Un lit double de 2 m sur 1,6 m et deux lits simples de 2 m sur 0,8 m.
- D'autres meubles que tu choisis ☺ !

¹ Longueurs réelles : Titanic 269m – A380 73m – Bus ±12m – Voiture ±4 à 5m





2. REPRESENTATIONS GRAPHIQUES DE SITUATIONS

Situation 1 : - Le recensement

Lors du recensement de la population d'un petit village, un enquêteur a noté le nombre d'enfants de chacune des familles.

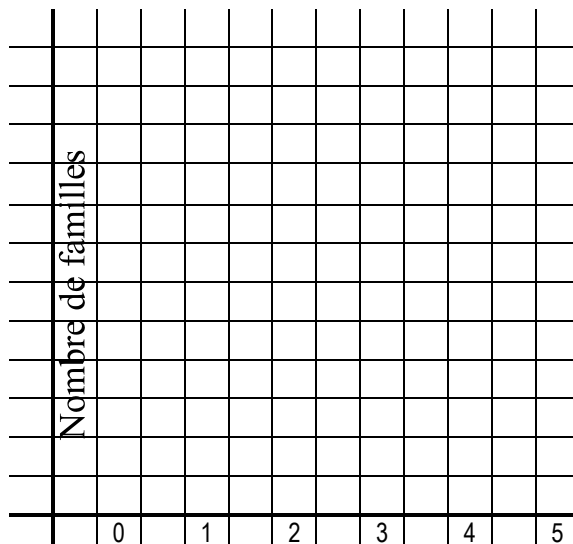
Voici le relevé:

2	1	1	0	3	1	0	2	0	1
1	2	2	1	5	1	0	1	3	0
0	5	3	2	0	3	1	2	1	2
3	0	2	1	2	0	3	0	2	1

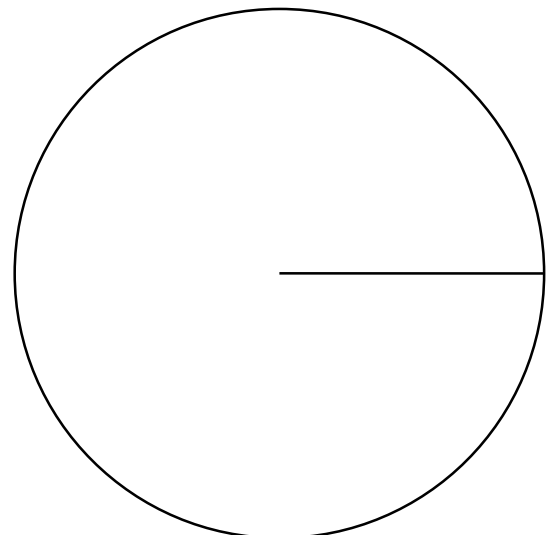
- 1] Combien y a-t-il d'enfants dans ce village ?
- 2] Combien y a-t-il de familles ?.....
- 3] En moyenne, quel est le nombre d'enfants par famille ?
- 4] Complète le tableau

Variable	Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5
Effectifs	Nombre de familles						
Fréquence	% par rapport au nombre total de familles						

- 5] Représente les résultats de l'enquête sous la forme d'un histogramme



- d'un diagramme circulaire



- 6] Voici des affirmations de l'enquêteur. Sont-elles vraies ou fausses ?

- a) 32 familles ont moins de 3 enfants.
- b) 16 familles ont plus de 2 enfants.
- c) 30 familles ont au moins 1 enfant.
- d) 18 familles ont plus de 2 enfants.



3. REGLE DE TROIS – TABLEAU DE PROPORTIONNALITE - POURCENTAGE

3.1. La règle de trois

Situation 2 : Découverte de la règle de trois

Un ouvrier gagne 270 euros en 6 jours. Combien de jours doit-il travailler pour gagner 675 euros ?

Méthode de résolution

Rédiger une phrase qui se termine par la grandeur inconnue.

Ici, l'inconnue est un nombre de jours.

On aura donc :

<u>Grandeur connue</u> : (€)		<u>Grandeur inconnue</u> : (jours)
270 €	sont gagnés en	6 jours
: 270 ↓		↓ : 270
1 €	est gagné en	$\frac{6}{270}$ jour
. 675 ↓		↓ . 675
675 €	sont gagnés en	$\frac{6 \cdot 675}{270}$ jours

Réponse :

.....

Remarque :

Dans la règle de trois,

- la 1^{ère} phrase se termine par la grandeur dont on cherche la valeur
- le sujet de la 2^e phrase est toujours précédé du nombre 1.
- son complément est toujours précédé du nombre qui multiplie toutes les grandeurs-sujets.

Ce nombre sera appelé **coefficient de proportionnalité** entre la **2^e** et la **1^{ère}** grandeur (nous reparlerons plus tard de cela).

3.2. Tableau de proportionnalité

En disposant ces résultats dans un tableau, nous obtenons la disposition suivante :

Salaire	270	1	675
Nbre de jours	6	$\frac{6}{270}$	$\frac{6}{270} \cdot 675 = \dots$

: 270
x 675
: 45

: 270
x 675

Ce tableau est un **tableau de proportionnalité**.



3.3. Pourcentage

Dans un des exercices ci-dessus, nous avons exprimé certains rapports en *pourcent* (%) pour qu'ils soient plus significatifs et parlant.

3.3.1. Notations

Sachant que

$$\forall x \in \mathbb{Q} : \frac{x}{100} = x \cdot \frac{1}{100}, \text{ le rapport } \frac{1}{100} \text{ sera souvent noté « \% »,}$$

$$\text{On obtient deux notations équivalentes : } \frac{x}{100} = x \%$$

3.3.2. Détermination d'un pourcentage

Sur un total de 276 lancers, on a obtenu 125 piles. Quel pourcentage du total ces 125 piles représentent-ils ?

Tu peux évidemment utiliser la règle de trois pour déterminer ce pourcentage ou un tableau de proportionnalité qui fait correspondre les 276 lancers à 100% et qui conduit de 276 à 125 par une division et une multiplication :

	276	1	125	
Lancers	276	1	125	
Pourcentage	100	$\frac{100}{276}$	$\frac{100}{276} \cdot 125 = \dots$: 2,76

Diagram annotations: Arrows show the operations used to derive the values. From 276 to 1: : 276. From 1 to 125: x 125. From 100 to $\frac{100}{276}$: : 276. From $\frac{100}{276}$ to $\frac{100}{276} \cdot 125$: x 125. A separate arrow points from the result cell to : 2,76.

3.3.3. Applications :

Fais de même sur feuille annexée avec les rapports suivants sans calculette.

$$\frac{38}{40} \quad \frac{15}{30} \quad \frac{17}{51} \quad \frac{60}{80} \quad \frac{43}{200}$$

Pourcentages et calculette

Calcule les rapports suivants au moyen de la calculette

Rapports →	$\frac{38}{40}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{17}{51}$	$\frac{60}{80}$	$\frac{43}{200}$
Décimaux obtenus →

Constatation

La calculette établit le « partage » du numérateur par le dénominateur.
Le pourcentage sera obtenu en multipliant le décimal affiché par

Exercice :

Avant de partir une journée à la côte en voiture, je remplis mon réservoir en ajoutant 32 litres d'essence. Cela me coûte 26,77 €. Cette quantité est nécessaire pour parcourir 380 km. A combien me revient le trajet aller et retour jusque Knokke si cette ville est située à 215 km de mon domicile ?



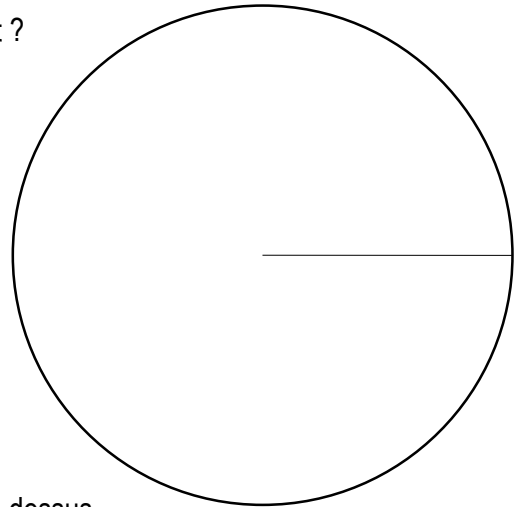
4. RETOUR AUX GRAPHIQUES

Situation 3 : - Le sport à l'école

Les 250 élèves de 1^{ère} année participent à une journée sportive. Ils se répartissent de la manière suivante : 60 choisissent le tennis, 72 le football, 48 la natation, 24 le handball, 36 le volley-ball et le reste le basket-ball.

a) Quel est le pourcentage d'élèves pour chaque type de sport ?

SPORTS Variables	N ^{bres} d'élèves Effectifs	POURCENTAGES Fréquences
Tennis		
Football		
Natation		
Handball		
Volley-ball		
Basket-ball		



b) Représente cette répartition dans le diagramme circulaire ci-dessus.

Démarche mentale : La règle de trois

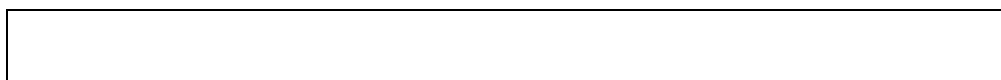
1] Calcul du pourcentage

250 élèves	représentent	100 % de la totalité	} Règle de trois
1 élève	représente de la totalité	
60 élèves	représentent de la totalité	
72 élèves	représentent de la totalité	
48 élèves	représentent de la totalité	
24 élèves	représentent de la totalité	
36 élèves	représentent de la totalité	
10 élèves	représentent de la totalité	

2] Calcul de l'amplitude des secteurs angulaires

250 élèves	sont représentés par degrés	} Règle de trois
1 élève	est représenté par degrés	
60 élèves	sont représentés par degrés	
72 élèves	sont représentés par degrés	
48 élèves	sont représentés par degrés	
24 élèves	sont représentés par degrés	
36 élèves	sont représentés par degrés	
10 élèves	sont représentés par degrés	

c) Représente la répartition des élèves par un diagramme en bande de 12,5 cm de long.





Exercices (à résoudre sur une feuille annexée)

1] Fin juin, un instituteur emporte avec lui 558,9 € pour payer l'entrée de ses 23 élèves à Walibi. Le jour du départ, deux de ses élèves manquent à l'appel. Combien devra-t-il payer à l'entrée, si l'accès au parc pour l'enseignant qui accompagne est gratuit.

2] Voici le récit d'un automobiliste représentant de commerce, rendant visite à un client:

« Départ à 5h30. La route était dégagée et durant la première heure, j'ai parcouru 120 km. La traversée de deux grandes villes durant la deuxième heure a fait baisser la moyenne, si bien qu'à 7h30, le totaliseur journalier de la voiture indiquait 190 km. Je me suis arrêté un quart d'heure pour déjeuner puis jusqu'à 8h30, j'ai maintenu une vitesse de 120 km/h. La quatrième heure fut épouvantable: un grave accident a complètement bloqué la circulation de 9h à 9h30. Le totaliseur de la voiture indiquait à ce moment 330 km. Par la suite, la circulation devint fluide et je suis arrivé chez mon client à 10h, après avoir parcouru 400 km. »

1. Sur une feuille annexée, dessine le graphique cartésien qui représente la variation de l'espace parcouru par l'automobiliste par rapport au temps mis à le parcourir.

Consignes : Les axes **t** et **e** seront dessinés à 5 carrés entiers du bord de la feuille.

Sur l'axe **t**, 1 cm \equiv 20 minutes.

Sur l'axe **e**, 1 cm \equiv 20 km.

Sur **t**, place les points qui repèrent 6h30, 7h30, 8h30, 9h30 et 10h30.

Sur **e**, place les points qui repèrent 100 km, 200 km, 300 km et 400 km.

2. Reporte avec précision les renseignements du texte sur le repère cartésien que tu viens de préparer.

3. Note **O** à l'intersection des axes **t** et **e**.

A, B, C, D, E, F et **G** les sommets des angles de la ligne brisée obtenue.

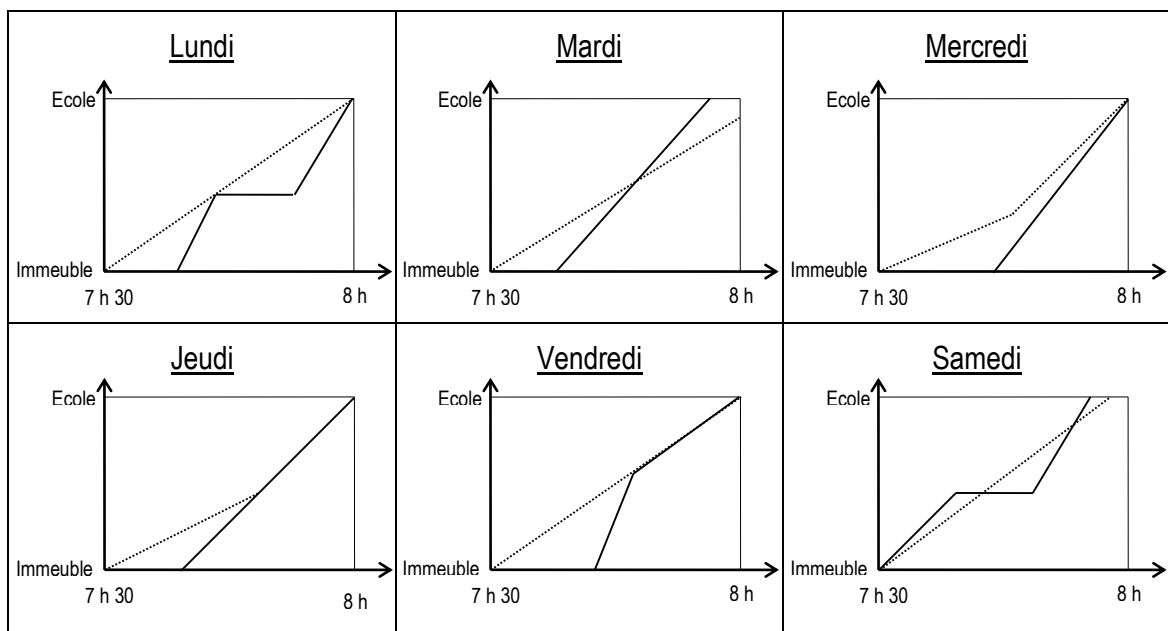
3] Eric et Céline habitent le même immeuble et fréquentent la même école.

Eric se rend à l'école en vélo. Voici le tracé de son déplacement : _____

Céline s'y rend à pied. Voici le tracé de son déplacement :

Les cours commencent à 8 heures.

Les graphiques ci-dessous correspondent à six de leurs déplacements matinaux.





a) Note à côté des phrases ci-dessous le nom du jour dont le graphique rend compte du trajet qu'elles décrivent.

1. Eric arrive juste à l'heure et Céline aussi car elle a couru durant la seconde partie du trajet.
2. Céline est partie après Eric, mais celui-ci s'est arrêté à mi-chemin pour l'attendre et à terminé le trajet avec elle.
3. Après avoir rejoint Céline, Eric s'est immobilisé un moment, a redémarré et ils sont arrivés en même temps à l'école.
4. Eric a rejoint Céline pendant le trajet et a continué à pied avec elle.
5. Céline a marché plus lentement que d'habitude et est arrivée en retard. Eric l'avait dépassée en cours de route.
6. Eric s'est arrêté trop longtemps en cours de route et est arrivé en retard. Céline est partie après Eric et est pourtant arrivée à l'heure.
7. Eric est parti en même temps que Céline. Il s'est arrêté en cours de route. Céline l'a dépassé et plus tard Eric l'a dépassée à son tour peu avant d'arriver à l'école.
8. Eric a pris Céline sur le cadre de son vélo et ils sont arrivés juste à l'heure.

b) A quelle période de la semaine, Eric a-t-il roulé le plus vite (jour et heure approximative) ?

.....

A quoi vois-tu cela ?

.....

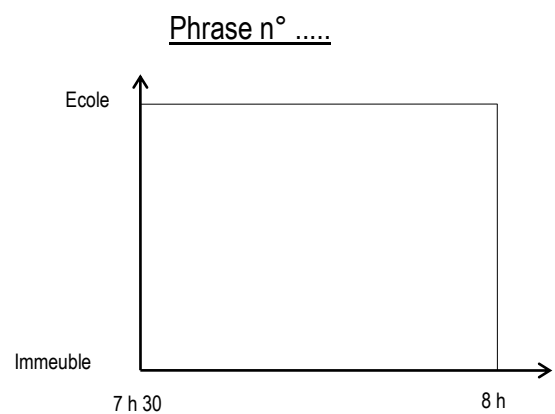
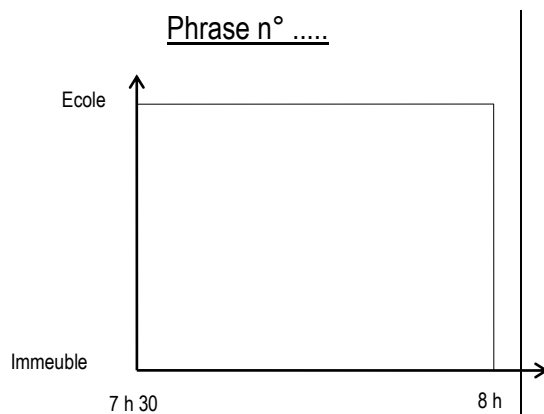
A quelle période de la semaine, Céline a-t-elle marché le plus lentement ?

.....

A quoi vois-tu cela ?

.....

c) Dessine le graphique qui représente la situation décrite par les deux phrases non illustrées.

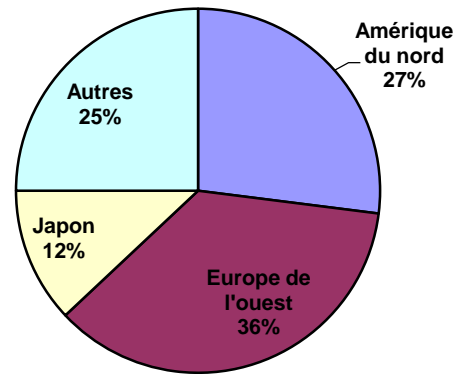
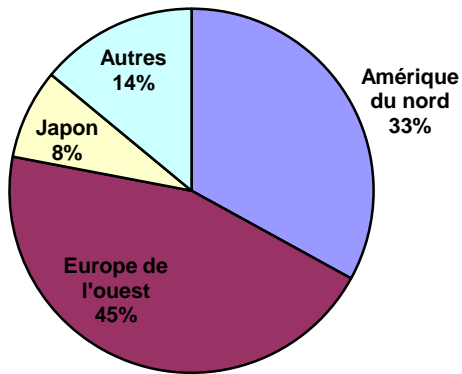




4] Complète le tableau en indiquant le nombre de voitures construites.
Voici la production mondiale de voitures particulières

En 1970
22 694 000 voitures

En 1986
33 353 000 voitures



	<u>1970</u>	<u>1986</u>
Europe de l'Ouest		
Amérique du Nord		
Japon		
Autres		
Totaux :	22 694 000	33 353 000

5] Voici le tarif pour la publication d'une annonce dans Publi-Hebdo

Nbre de lignes	Prix en €
3	13
7	30,33...
8
.....	50

Ces grandeurs sont-elles proportionnelles ? OUI - NON

Si oui, note les coefficients de proportionnalité qui les relient avec leur unité

.....

Complète les 3^e et 4^e lignes du tableau



6] Parmi les tableaux suivants, entoure la lettre de ceux **qui ne sont pas** des tableaux de proportionnalité. Justifie dans chaque cas

a)	2	5	6,5	12,5
	8	20	26	50

b)	6	15	18	30
	9	22,5	27	42,5

c)	1	2	3	4
	2	3	4	5

d)	1	2	3	4
	1	4	9	16

e)	9,1	11,2	23,1	42
	6,5	8	16,5	30

7] Les grandeurs suivantes sont-elles proportionnelles ? OUI - NON

- a) Le nombre de pavés et la surface à carreler :
- b) La taille d'une personne et son âge :
- c) La base et l'aire d'un parallélogramme de 5 cm de hauteur : Réponds après avoir complété le tableau.

Base en cm :	5	10	15	20
Aire en cm² :				

d) L'aire et le périmètre d'un carré : Réponds après avoir complété le tableau.

Aire en cm² :	16	25	81	9
Périmètre en cm :				

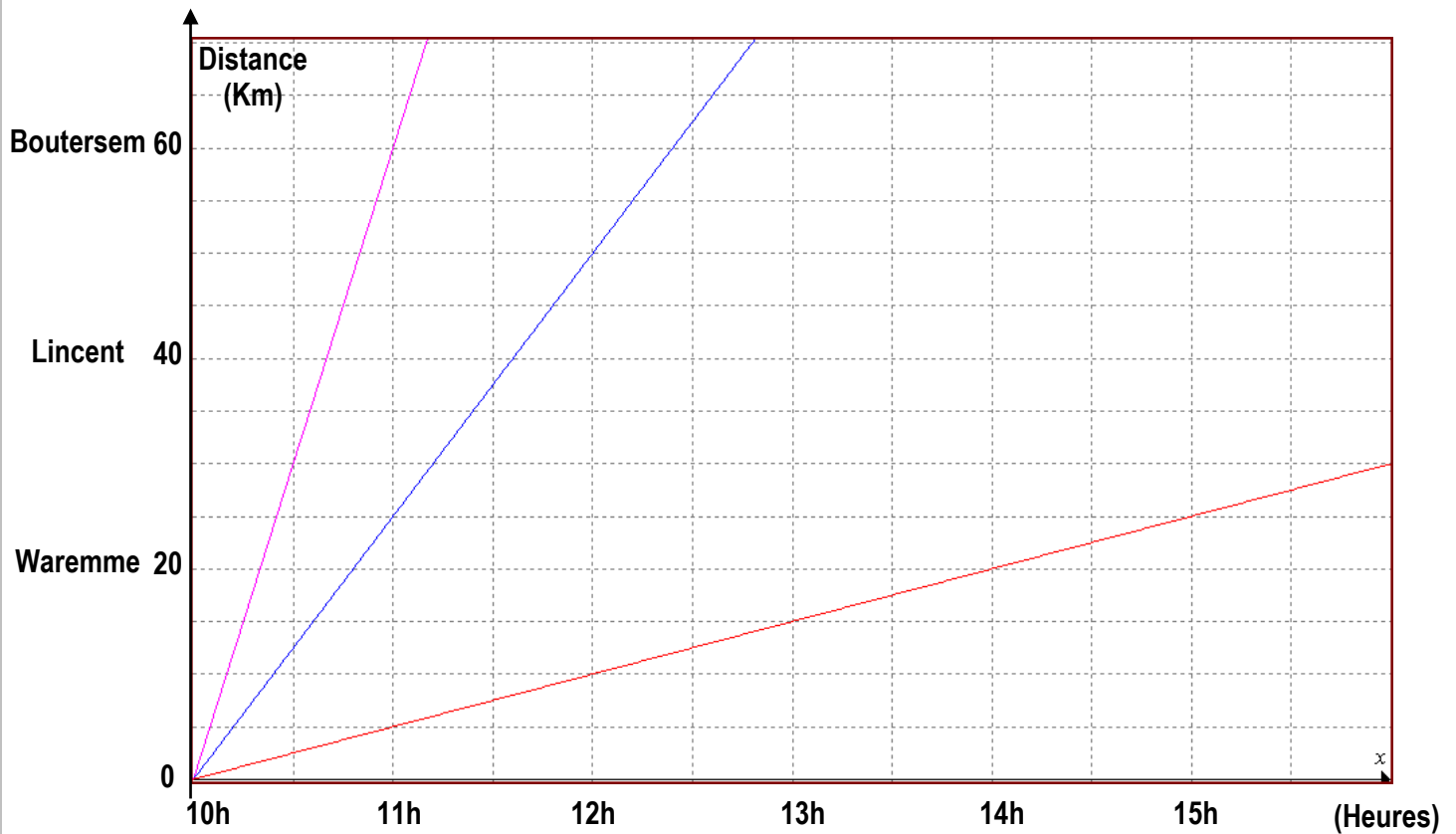
8] Voici les dimensions des côtés de quatre triangles, quels sont les triangles semblables ?

Triangle 1	3,5	4,5	6
Triangle 2	3	4	5
Triangle 3	7	9	11
Triangle 4	4,5	6	7,5



5. EXERCICES SUPPLEMENTAIRES :

- 1] Un piéton, un cycliste et un automobiliste partent de Liège à 10h du matin pour se rendre à Bruxelles (Km 100). Les droites ci-dessous représentent leurs mouvements.



- Laquelle est celle qui représente le déplacement du cycliste ? Du piéton ? De l'automobiliste ?
 - Quelle est la vitesse de chacun ?
 - A quelle heure arrivent-ils à Waremme ?
 - A quelle heure sont-ils à mi-parcours ?
 - Construis le tableau des distances parcourues par chaque mobile en fonction du temps en prenant les temps de demi-heure en demi-heure sur une durée de 5 heures.
- 2] Montre sur un graphique comment évolue le périmètre d'un carré en fonction de son côté. Fais un 2^{ème} graphique pour l'évolution de l'aire d'un carré en fonction de son côté. Sur un 3^{ème} graphique, représente l'évolution du volume d'un cube en fonction de son arête.
- 3] Un biologiste cultive des bactéries dans une éprouvette. Sous certaines conditions, il constate que le nombre de bactérie double chaque jour. Supposons qu'au départ, il y ait une bactérie, montre par un tableau et par un graphique comment va évoluer la population de bactéries.



4] Parmi les trois situations suivantes, quelles sont celles qui sont des proportionnalités ? Explique.

a) Un cycliste compte le nombre de tours de roue et mesure les distances parcourues. Il obtient le tableau suivant :

Nombre de tours de roue	5	10	27	32
Distances parcourues en mètres	11	22	59,4	70,4

b) Anaïs court le 100 mètres en 13 secondes et le 200 mètres en 25 secondes.

c) Longueur du pied et pointure de la chaussure

Longueur du pied (en cm)	18	22	26	28
Pointure	27	33	39	42

d) Recette d'un flan

	Oeufs	Sucre	Farine	Beurre
Pour 4 personnes	4	120 g	100 g	50 g
Pour 6 personnes	6	180 g	150 g	75 g

e) Ages de deux frères

Age d'Olivier	10	15	17	20
Age de Cédric	13	18	20	23

f) Dans ma cuve, il restait 2000 litres de fuel lorsque j'ai allumé le chauffage. J'ai ensuite relevé le nombre de litres restant dans la cuve à la fin de chaque semaine pendant 6 semaines :

Nombre de semaines	1	2	3	4	5
Nombre de litres restant	1850	1750	1585	1430	1120

g) Distance d'arrêt d'un véhicule sur sol sec

Vitesse en Km/h	40	50	60	70	80	90	110	130
Distance en m	18,6	26,5	35,7	46	57,7	70,7	101	135,6