COLLÈGE SAINT-BARTHÉLEMY

Mathématique : Quatrième année

Exercices de révisions : Noël

La meilleure manière de préparer l'examen est de résoudre les exercices réalisés en classe et, **bien entendu**, ***refaire les tests***.
Les exercices ci-dessous viennent en complément de tous les précédents.
Il est important de réaliser un maximum d'exercices ***cahier fermé*** avec juste l' énoncé devant les yeux)

Fractions algébriques

a) Simplifie au maximum après avoir posé les **C**onditions d'**E**xistence (**C.E.**) :

Série 1	**Série 2**
1] $\frac{16x^2}{24x} = \frac{2x}{3}$	1] $\frac{-72a^3x^2}{20a^2x^3} = \frac{-18a}{5x}$
2] $\frac{x^2-1}{x^2-x} = \frac{x+1}{x}$	2] $\frac{4-2x}{x^2-4} = \frac{-2}{x+2}$
3] $\frac{x-5}{5-x} = -1$	3] $\frac{x^2-9}{3x-9} = \frac{x+3}{3}$
4] $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} = \frac{2x}{3}$	4] $\frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9} = \frac{2x+3}{2x-3}$
5] $\frac{x^2-16}{4-x} =$ **-x+4**	5] $\frac{-2x-10}{5-x} = /$
6] $\frac{2x^2+5x-3}{4x^2-36} = \frac{2x}{4}$	6] $\frac{4a-12}{2a^2-18} = \frac{2}{a+3}$
7] $\frac{3a^2b-3ab^2}{a^2b-a^3} =$ **-3b**	7] $\frac{x-2}{(x^2-4x+4)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-1)}$
8] $\frac{x^2-2x-3}{9-x^2} = \frac{-(x+1)}{3+x}$	8] $\frac{x^2-5x+6}{2x^2-7x+3} = \frac{x-2}{2x-1}$
9] $\frac{-3a^4b^5c^2}{12a^5b^6c^2} = \frac{-1}{4ab}$	9] $\frac{ay-ax}{x-y} =$ **-a**
10] $\frac{x^3-x^2-4x+4}{x^3-2x^2-x+2} = \frac{x+2}{x+1}$	10] $\frac{2x^3+4x^2-2x-4}{2x^3+6x^2-8} = \frac{x+1}{x+2}$

b) Multiplie et/ou divise les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 3	Série 4
1] $\frac{2x+3}{x^2-4}\cdot\frac{x-2}{3+2x}=\frac{1}{x+2}$	1] $\frac{3x^2-27}{x^2-6x+9}:\frac{3x^2+12x+9}{x^3-7x-6}=x+2$
2] $\frac{x^2-4}{x+3}:\frac{2x+4}{x^2-9}=\frac{(x-2)(x-3)}{2}$	2] $\frac{2x^2-4x}{3x^2-12x+9}\cdot\frac{3x^2-15x+18}{2x^2-8x+8}\cdot\frac{x^2-3x+2}{x^3-4x}=\frac{1}{x+2}$
3] $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-2x}:\frac{x+2}{x^2-4}=$ **(x-1)(x-2)**	3] $\frac{x^2-x}{x^3+4x^2+4x}\cdot\frac{x^2+3x+2}{2-x}:\frac{2x^2-2}{x^3-4x}=-1$
4] $\frac{2x^2-3-5x}{4x^2+4x+1}\cdot(6x-2x^2)\cdot\frac{-5x}{x^3-6x^2+9x}=\frac{5x}{2x+1}$	4] $\frac{x^2-6x+9}{x^3+10x^2+25x}:\frac{x^2-9}{x^4-25x^2}=\frac{x(x-3)(x-5)}{(x+5)(x+3)}$

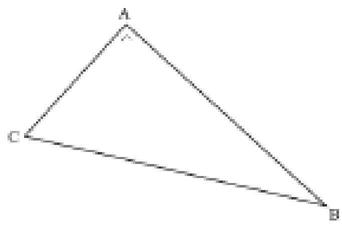
c) Additionne les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 5	Série 6
1] $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-3}=\frac{x-5}{(x-2)(x-3)}$	1] $\frac{2x^2-3}{x-1}-2x=\frac{2x-3}{x-1}$
2] $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x-5}{2x}=\frac{3x^2-9x-10}{2x(x+2)}$	2] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{3x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)}$
3] $\frac{2x}{x-3}-4=\frac{-2x+12}{x-3}$	3] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x}{1-x^2}=\frac{x+2}{x+1}$
4] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{3x^2+2x+1}{(x-1)(x+1)}$	4] $\frac{x}{2x-4}+\frac{3}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=\frac{-x^2-2x+6}{2(x+2)(x-2)}$
5] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x+2}{x^2-1}=\frac{x+3}{(x-1)^2(x+1)}$	5] $\frac{x-1}{x^2-4x+4}-\frac{x+1}{x^2-4}=\frac{2x}{(x-2)^2(x+2)}$
6] $\frac{3x}{x^2-4}-\frac{4x}{2x^2-x-6}=\frac{2x^2+2}{(x-2)(x+2)(2x+3)}$	6] $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-x-2}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{4}{(x+1)(x-2)}$
7] $\frac{6}{2+x}-\frac{4}{x-2}-\frac{10}{x^2-4}=\frac{2x-30}{(x-2)(x+2)}$	7] $\frac{3x}{x^2-4x+4}-\frac{5}{2-x}+\frac{1}{x+2}=\frac{9x^2+2x-16}{(x+2)(x-2)^2}$

Trigonométrie

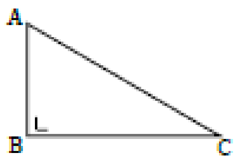
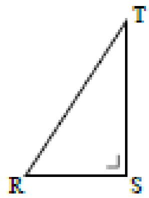
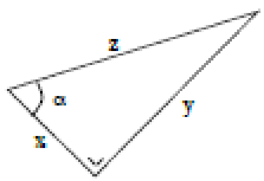
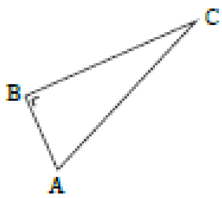
1] Trigonométrie « simple »[1]

Dans le triangle ci-contre, lequel des rapports $\frac{|AB|}{|AC|}$, $\frac{|AC|}{|AB|}$, $\frac{|AB|}{|BC|}$, $\frac{|BC|}{|AB|}$, $\frac{|AC|}{|BC|}$, $\frac{|BC|}{|AC|}$ est égal à



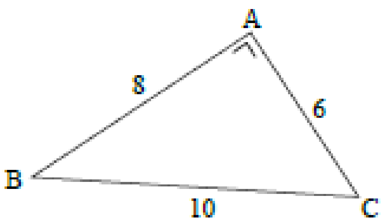
sin $\hat{C}$?	cos $\hat{C}$?	tg $\hat{C}$?

Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE** le sinus, le cosinus et la tangente de

l'angle $\hat{A}$	l'angle $\widehat{RTS}$	l'angle α	l'angle $\hat{C}$
			

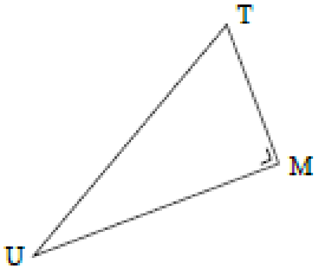
Voir cours

Dans les triangles rectangles suivants, **BARRE** les réponses incorrectes :



cos $\hat{C}$ est égal à

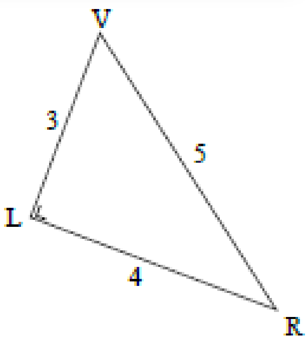
1,3 ; 53° ; 37° ; 0,8 ; 0,6 ; sin $\hat{B}$



$|MU| = 12 ; |MT| = 5 ; |UT| = 13$

sin $\hat{T}$ est égal à

$\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 20° ; $\frac{13}{12}$; cos $\hat{U}$; 1,04



tg $\hat{V}$ est égal à

0,8 ; 42° ; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{\sin \hat{V}}{\cos \hat{V}}$; $\frac{\cos \hat{R}}{\sin \hat{R}}$

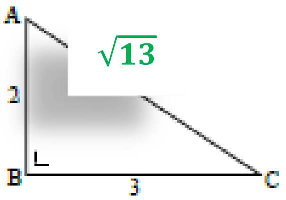
[1] Evaluation non certificative – 2014 – Pistes didactiques – Fédération WB : Enseignement.be

CALCULE α ($\alpha \in [0°,90°]$)

$\sin \alpha = 0{,}8$	$\cos \alpha = \frac{1}{3}$	$\mathrm{Tg}\ \alpha = \frac{5}{3}$
α = 53,13°	α = 70,53°	α = 59,04°

Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE** le sinus, le cosinus et la tangente de

l'angle $\hat{A}$

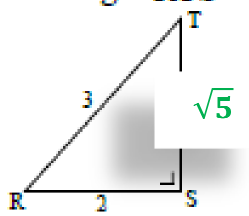


$sin\hat{A} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

$cos\hat{A} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

$tan\hat{A} = \frac{3}{2}$

l'angle $\widehat{RTS}$

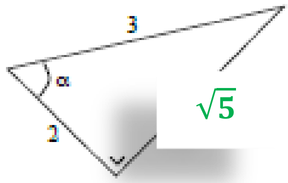


$sinT = \frac{2}{3}$

$cosT = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$tanT = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

l'angle $\hat{\alpha}$

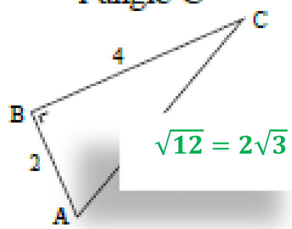


$sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$cos\alpha = \frac{2}{3}$

$tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

l'angle $\hat{C}$



$sinC = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$cosC = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$tanC = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 15 et 20, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?

$tan\alpha = \frac{15}{20}$

$\Rightarrow \alpha = arctan\left(\frac{15}{20}\right)$

$\Rightarrow \alpha =$ 36,87°

Et β = 90 – 36,87° = 53,13°

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 20 et un côté de l'angle droit mesure 15, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?

$sin\alpha = \frac{15}{20}$

$\Rightarrow \alpha = arcsin\left(\frac{15}{20}\right)$

$\Rightarrow \alpha =$ 48,59°

Et β = 90 – 48,59° = 41,41°

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse et un côté de l'angle droit mesurent respectivement 35 et 20, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?

$sin\alpha = \frac{20}{35}$

$\Rightarrow \alpha = arcsin\left(\frac{20}{35}\right)$

$\Rightarrow \alpha =$ 34,85°

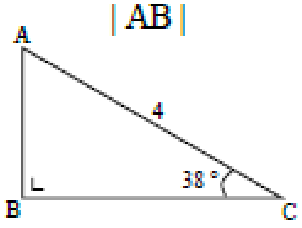
Et β = 90 – 34,85° = 55,15°

ISOLE x

$a\,x = b$	$\frac{x}{a} = b \quad (a \neq 0)$	$\frac{a}{x} = b \quad (x \neq 0)$
$x = \frac{b}{a}$	$x = a.b$	$x = \frac{a}{b}$

Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE**

| AB |

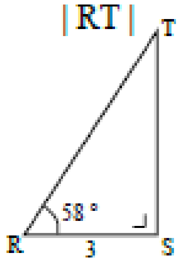


$sin38° = \frac{\overline{AB}}{4}$

$\Rightarrow \overline{AB} = 4.sin38°$

$= 2,46$

| RT |

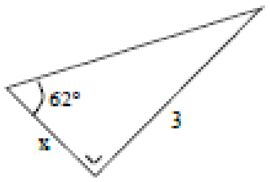


$sin58° = \frac{3}{\overline{RT}}$

$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{3}{sin58°}$

$= 3,54$

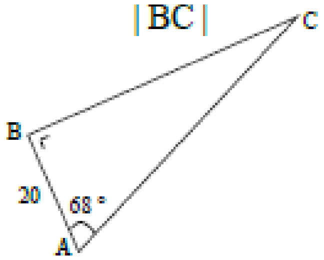
x



$tan62° = \frac{3}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{3}{tan62°} = 1,60$

| BC |



$tan68° = \frac{\overline{BC}}{20}$

$\Rightarrow \overline{BC} = 20.tan68°$

$= 49,50$

Dans un triangle rectangle, l'amplitude d'un angle est 73° et son côté opposé mesure 27, que mesurent l'hypoténuse et le troisième côté ?

Dans un triangle rectangle, l'amplitude d'un angle est 18° et son côté adjacent mesure 42, que mesurent l'hypoténuse et le troisième côté ?

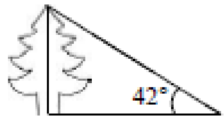
2] Trigonométrie : problèmes

1. Quelle est l'amplitude de l'angle que fait un rayon lumineux avec l'horizontale lorsque l'ombre d'un poteau vertical mesure les $\frac{7}{5}$ de sa hauteur ?

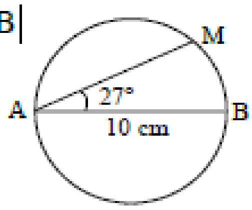
2. Un chemin sépare deux maisons. Une échelle de 8 m appuyée sur la façade de l'une d'elles fait un angle de 72° avec le sol. Sans bouger les pieds de l'échelle, on l'appuie sur l'autre façade, elle fait alors un angle de 76° avec le sol. Quelle est la largeur du chemin ?

---

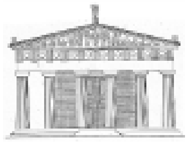
1. Le rayon solaire passant par le sommet d'un sapin forme un angle de 42° avec le sol horizontal. Quelle est la hauteur du sapin sachant que son ombre a une longueur de 33 m ?



2. Calculer $|MB|$

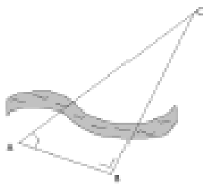


3. Le fronton d'un temple grec a la forme d'un triangle isocèle dont la base mesure 25 m. Calcule la longueur des deux autres côtés ainsi que l'amplitude des angles à la base sachant que la hauteur relative à cette base mesure 5,2 m.



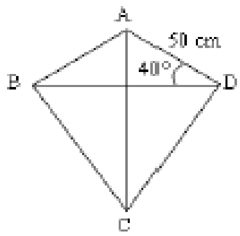
4. Un cycliste monte un col. Il démarre à une altitude de 340 m. Il monte pendant 15 km sur une route qui fait un angle de 7° avec l'horizontale. À quelle altitude arrivera-t-il au sommet ?

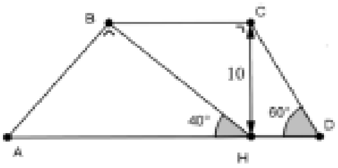
5. Deux immeubles se trouvent de part et d'autre d'une rue. Du bâtiment dont la hauteur vaut 240 m, on observe le sommet du second sous un angle de 25° par rapport à l'horizontale. Réalise un schéma de la situation. La hauteur du second immeuble vaut 360 m. Calcule la distance séparant ces deux immeubles.

6. 

Une ligne à haute tension reliant les villages A et C franchit une rivière. Si tu sais que B est un angle droit, $|AB| = 94$ m et $|\hat{BAC}| = 72°$, calcule la distance séparant les deux villes.

7. Manon veut construire un cerf-volant selon les dimensions suivantes et sachant que $\hat{B}$ et $\hat{D}$ sont des angles droits. Quelles sont les longueurs des baguettes formant la structure du cerf-volant (les diagonales) ?



8. 

En tenant compte des informations données sur le dessin, calcule la longueur des quatre côtés, le périmètre et l'aire du trapèze ABCD.

Trigonométrie dans le Cercle trigonométrique

1] Dans chacun des cas, représente l'angle dans le Cercle Trigonométrique, situe ses trois nombres trigonométriques et évalue leur valeur :

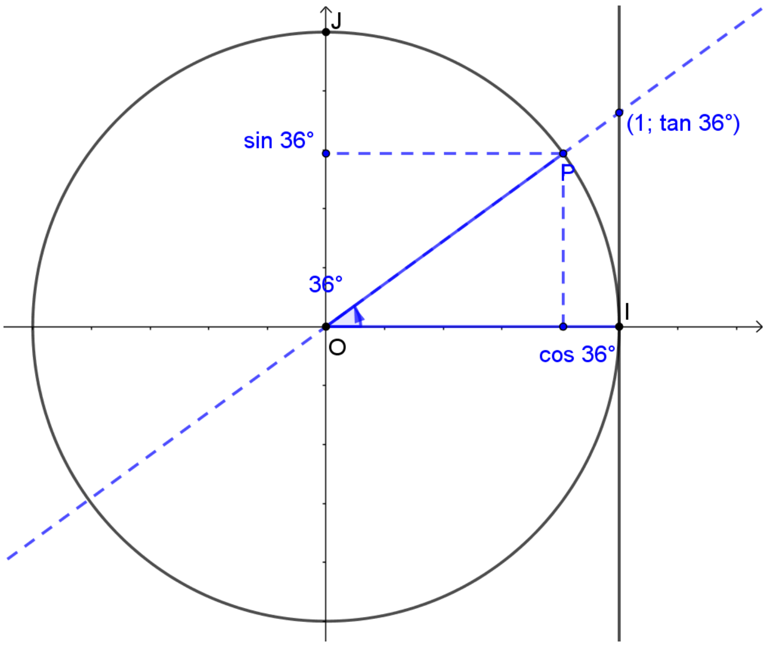
a) 36°

b) 224°

c) 145°

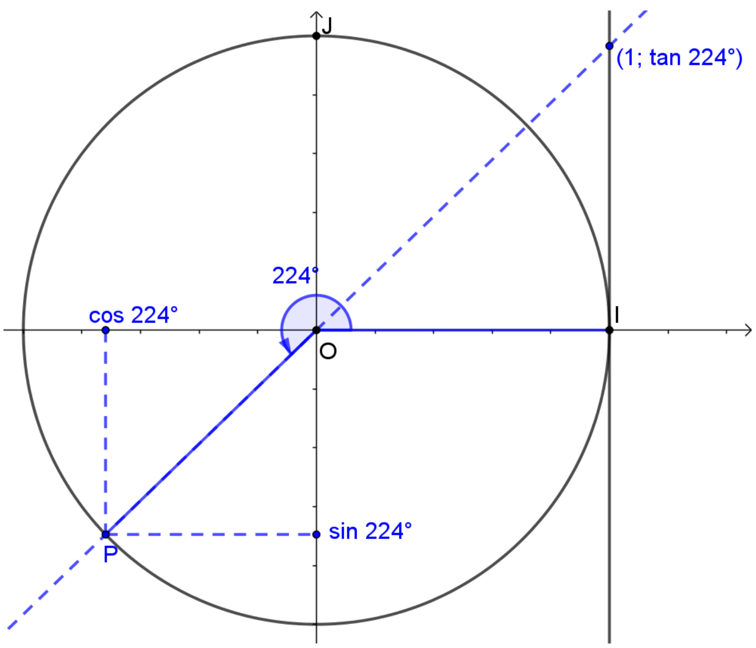
d) 332°

A. 36°



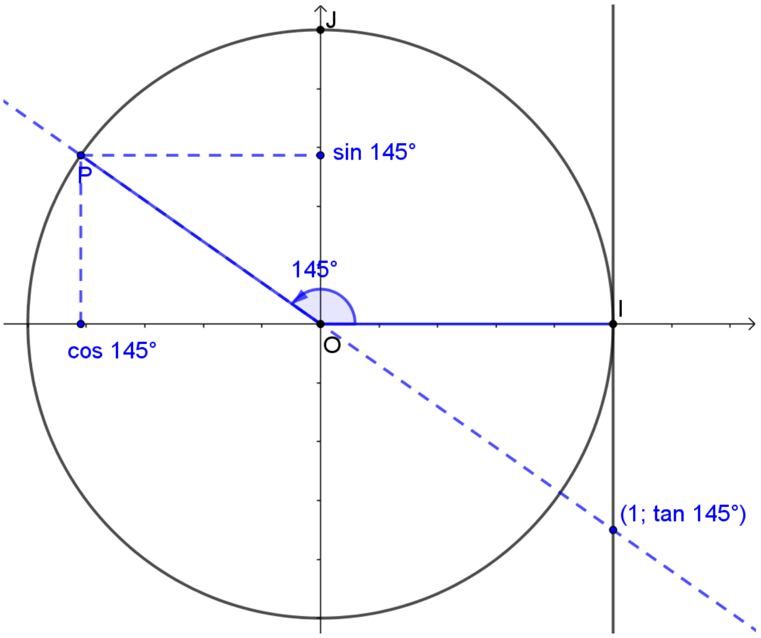
$\sin 36° \cong 0{,}6$
$\cos 36° \cong 0{,}8$
$\tan 36° \cong 0{,}75$

B. 224°



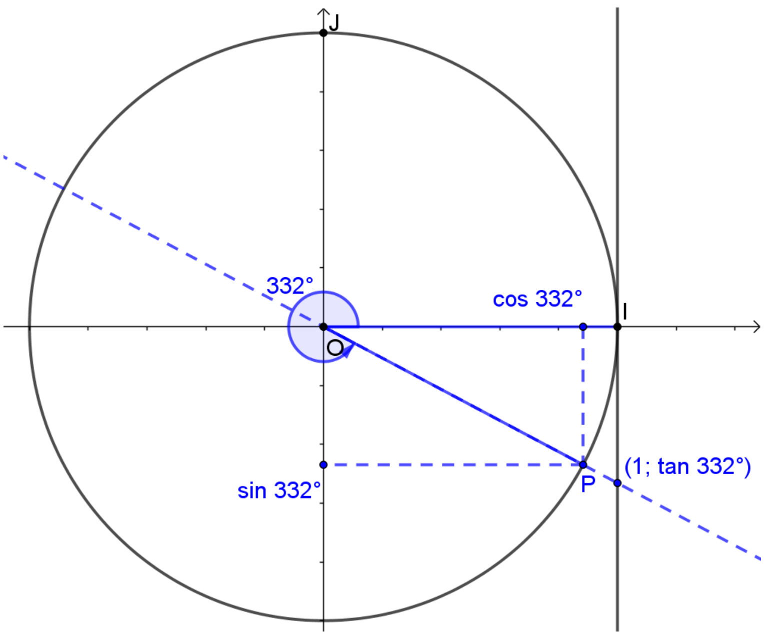
$\sin 224° \cong -0{,}7$
$\cos 224° \cong -0{,}72$
$\tan 224° \cong 1$

C. 145°



sin 145° ≅ 0,58
cos 145° ≅ – 0,8
tan 145° ≅ -0.7

D. 332°



sin 332° ≅ – 0,48
cos 332° ≅ 0,88
tan 332° ≅ – 0.54

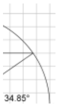
2] Repère et annote sur le C.T. les points (points-images) correspondant à tous les angles dont un nombre trigonométrique est donné.
Détermine à l'aide d'une calculatrice la mesure des angles dessinés (en degrés décimaux ∈ [0° ; 360°] - arrondis aux 100ème).
Les solutions doivent être représentées sur le C.T. avec une précision absolue.
Choisis donc les unités du repère en conséquence.

a) $\sin \alpha = \frac{4}{7}$

b) $\cos \alpha = \frac{-2}{3}$

c) $\tan \alpha = \frac{-3}{5}$

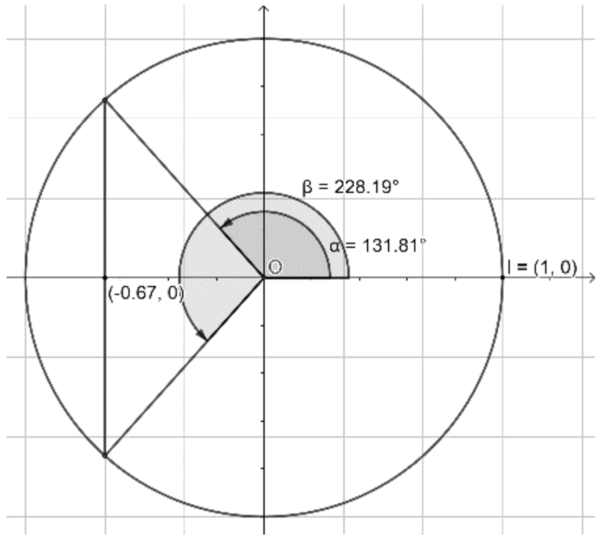
1) A. $\sin\alpha = \frac{4}{7}$



$\alpha\ = \arcsin\ \frac{4}{7}\ = 34{,}85°$

$\beta = 180° – \alpha_1 = 180° – 34{,}85° = 145{,}15°$

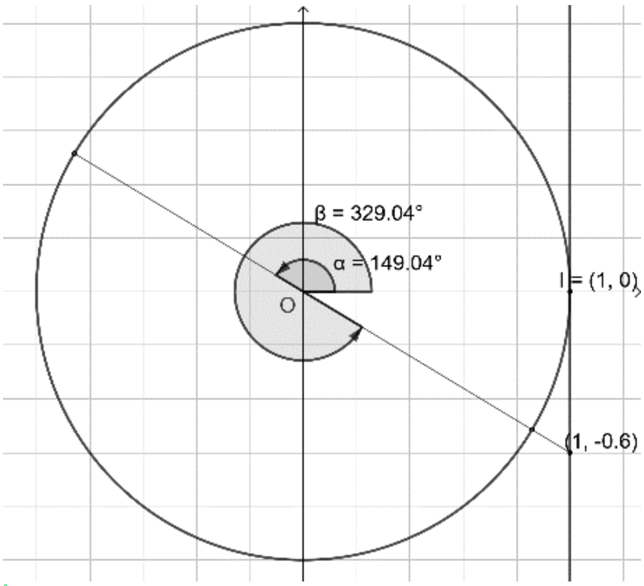
B. $\cos\alpha = \frac{-2}{3}$



$\alpha\ = \arccos\ \left(\frac{-2}{3}\right)\ = 131{,}81°$

$\beta\ = 360° – \alpha_1 = 360° – 131{,}81° = 228{,}19°$

C. $\tan\alpha = \frac{-3}{5}$



$\arctan\left(-\frac{3}{5}\right) = – 30{,}96° < 0\ \ (-30{,}96\ \notin\ [0°\ ;\ 360°]\ )$

$\alpha\ = 180° + (– 30{,}96°) = 149{,}04°$

$\beta = 180° + \alpha\ = 180° + 149{,}04° = 329{,}04°$ ou $\beta = 360° + (– 30{,}96°) = 329{,}04$

Voir exercices du test synthèse

Trigonométrie dans les triangles quelconques.

1) A. Données : longueur de **2 côtés** et mesure d' **1 angle non formé par ces deux côtés.**

Inconnues : longueur du **3ème côtés** (b) et mesure des **deux** autres **angle** (α et β) .

①

②1) **Formule des sinus** pour calculer la mesure la mesure d'un $2^{\text{ème}}$ angle.

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$\Rightarrow$ $\sin\alpha = \dfrac{a\,.\,\sin\gamma}{c} = \dfrac{5\,.\,\sin 22°}{3} = 0{,}6243$ (Deux angles supplémentaires ont le même sinus!)

$\Rightarrow$ $\alpha_1 = \arcsin 0{,}62 = 38{,}63°$ (OK) et $\alpha_2 = 180° - \alpha_1 = 180° - 38{,}63° = 141{,}37°$ (OK)

2) Somme des mesures angles d'un triangle pour calculer la mesure du $3^{\text{ème}}$ angle.

$\beta_1 = 180° - \alpha_1 - \gamma$
$= 180° - 38 ;63° - 22° = 119{,}37°$

et $\beta_2 = 180° - \alpha_2 - \gamma =$
$= 180° - 141{,}37° - 22° = 16{,}63°$

3a) **Formule des sinus** pour calculer la longueur du $3^{\text{ème}}$ côté.

$\dfrac{b_1}{\sin\beta_1} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$ et $\dfrac{b_2}{\sin\beta_2} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

$\Rightarrow$ $b_1 = \dfrac{c\,.\,\sin\beta_1}{\sin\gamma} = \dfrac{5\,.\,\sin 119{,}37°}{\sin 22°} = 6{,}98$ et $b_2 = \dfrac{c\,.\,\sin\beta_2}{\sin\gamma} = \dfrac{5\,.\,\sin 16{,}63°}{\sin 22°} = 2{,}29$

ou 3b) **Formule des cosinus** pour calculer la longueur du $3^{\text{ème}}$ côté.

$b_1^2 = a^2 + c^2 - 2\,.\,a\,.\,c\,.\,\cos\beta_1$ et $b_2^2 = a^2 + c^2 - 2\,.\,a\,.\,c\,.\,\cos\beta_2$

$\Rightarrow$ $b_1 = +\sqrt{a^2 + c^2 - 2\,.\,a\,.\,c\,.\cos\beta_1}$
$= +\sqrt{5^2 + 3^2 - 2\,.\,5\,.\,3\,.\cos 119{,}37°}$
$= 6{,}98$

et $b_2 = +\sqrt{a^2 + c^2 - 2\,.\,a\,.\,c\,.\cos\beta_2}$
$= +\sqrt{5^2 + 3^2 - 2\,.\,5\,.\,3\,.\cos 16{,}63°}$
$= 2{,}29$

③ aire du Δ_1 $A_1BC = \dfrac{a\,.\,c\,.\sin\beta_1}{2} = \dfrac{5\,.\,3\,.\sin 119{,}37°}{2} = 6{,}54$

et aire du Δ_2 $A_2BC = \dfrac{a\,.\,c\,.\sin\beta_2}{2} = \dfrac{5\,.\,3\,.\sin 16{,}63°}{2} = 27{,}18$

B. Données : longueur des **3 côtés.**

Inconnues : mesure des **trois angles** (α , β et γ).

①

③

② 1) **Formule des cosinus** pour calculer la mesure la mesure de 2 angles.

I* $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \,.\, b \,.\, c \,.\, \cos \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \,.\, b \,.\, c} = \frac{4^2 + 2^2 - 3^2}{2 \,.\, 4 \,.\, 2} = \frac{11}{16} = 0{,}6875$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos 0{,}6875 = 46{,}57°$$

II* $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \,.\, a \,.\, c \,.\, \cos \beta$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \,.\, a \,.\, c} = \frac{3^2 + 2^2 - 4^2}{2 \,.\, 3 \,.\, 2} = \frac{-3}{12} = \frac{-1}{4} = -0{,}25$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos(-0{,}25) = 104{,}48°$$

2) Somme des mesures angles d'un triangle pour calculer la mesure du 3ème angle.

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 46{,}57° - 104{,}48° = 28{,}95°$

③ aire du Δ ABC $= \dfrac{a \,.\, b \,.\, \sin \gamma}{2} = \dfrac{3 \,.\, 4 \,.\, \sin 28{,}95°}{2} = 9{,}92$

ou aire du Δ ABC $= \dfrac{a \,.\, c \,.\, \sin \beta}{2} = \dfrac{3 \,.\, 2 \,.\, \sin 104{,}48°}{2} = 9{,}92$

ou aire du Δ ABC $= \dfrac{b \,.\, c \,.\, \sin \alpha}{2} = \dfrac{4 \,.\, 2 \,.\, \sin 46{,}57°}{2} = 9{,}92$

C. Données : longueur de **2 côtés** et mesure d' **1 angle formé par ces deux côtés**.
Inconnues : longueur du **3ème côtés** (a) et mesure des **deux** autres **angle** (β et γ) .

①

② 1) **Formule des cosinus** pour calculer la longueur du $3^{\text{ème}}$ côté.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c . \cos\alpha$

$\Rightarrow a = +\sqrt{b^2 + c^2 - 2 . b . c \cos\alpha} = \sqrt{5^2 + 3^2 - 2 . 5 . 3 \cos 53°} = \sqrt{15{,}95} = +\,3{,}99$

2a) **Formule des cosinus** pour calculer la mesure la mesure d'un $2^{\text{ème}}$ angle.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 . a . b . \cos\gamma$

$\Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2 . a . b} = \dfrac{3{,}99^2 + 5^2 - 3^2}{2 . 3{,}99 . 5} = 0{,}8$

$\Rightarrow \gamma = \arccos(0{,}8) = 36{,}87$

ou 2b) **Formule des sinus** pour calculer la mesure la mesure d'un $2^{\text{ème}}$ angle.

$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

$\Rightarrow \sin\gamma = \dfrac{c . \sin\alpha}{a} = \dfrac{3 . \sin 53°}{3{,}99} = 0{,}6$

$\Rightarrow \gamma_1 = \arcsin(0{,}6) = 36{,}87°$ (OK)

ou $\gamma_2 = 180° - \gamma_1 = 180° - 36{,}87° = 143{,}13°$ (Impossible au vu de la représentation)

3) Somme des mesures angles d'un triangle pour calculer la mesure du $3^{\text{ème}}$ angle.

$\alpha + \beta + \gamma = 180° \Rightarrow \beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - 53° - 36{,}87° = 90{,}13°$

③ aire du Δ ABC $= \dfrac{b . c . \sin\alpha}{2} = \dfrac{5 . 3 . \sin 53°}{2} = 5{,}99$

2) **Formule des cosinus** pour calculer la longueur du côté [AB].

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \,.\, a \,.\, b \,.\, \cos\gamma$

$\Rightarrow |AB| = c = +\sqrt{a^2 + b^2 - 2\,.\,a\,.\,b\cos\gamma}$

$= \sqrt{555{,}6^2 + 384{,}8^2 - 2\,.\,555{,}6\,.\,384{,}8\,.\cos 35{,}7°} = \sqrt{109\,523{,}7996} = +\,330{,}94$

La longueur du tunnel est de 330,94 m

3)

<u>Dans le triangle ABC</u> :

$\beta = 180° - 45{,}2° = 134{,}8°$ et $\gamma = 180° - 134{,}8° - 29{,}6° = 15{,}6°$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Leftrightarrow |CB| = a = \frac{c\,.\,\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{30\,.\,\sin 29{,}6°}{\sin 15{,}6°} = 55{,}1$

<u>Dans le triangle BCB' rectangle en B'</u> :

$|CB'| = |CB|\,.\,\sin\hat{B} = 55{,}1\,.\,\sin 45{,}2° = 55{,}1\,.\,0{,}71 = 39{,}0993$

La hauteur de la tour est égale à 39,1 m + 1,7 m = 40,8 m

---

4) A 16h, le bateau A aura parcouru 80 km et le bateau B, 45 km.

<u>Dans le triangle BPA :</u>

$\hat{P} = 20°$

$|AB|^2 = |BP|^2 + |AP|^2 - 2\,.\,|BP|\,.\,|AP|\,.\cos 20° = 1659{,}21$

$\Rightarrow |AB| = \pm\sqrt{1659{,}21} = +\,40{,}73$

<u>Dans le triangle B'PA</u>

$\hat{P} = 120°$

$|AB'|^2 = |B'P|^2 + |AP|^2 - 2|B'P|\,.\,|AP|\,.\cos 120° =$
$12025 \Rightarrow |AB| = \pm\sqrt{122025} = +\,109{,}66$

A 16h, les bateaux seront distants de 40,73 km ou 109,66 km
suivant qu'ils naviguent du même côté de l'axe S-N ou de part et d'autre.

5) angles: $* \alpha_2 = 180° - \alpha_1 = 180° - 52° = 128°$
(car angles supplémentaires)
$* \Delta\, ABE : \gamma = 180° - \alpha_2 - \beta$
$= 180° - 128° - 35° = 17°$

Données: longueur d' **1 côté** et mesure de **3 angles**
$\alpha_1 = 52°$ et $\alpha_2 = 128°$
$\beta = 35°$
$\gamma = 17°$
$c = 1600$

a) **Formules des sinus** pour calculer la longueur d'un autre côté.

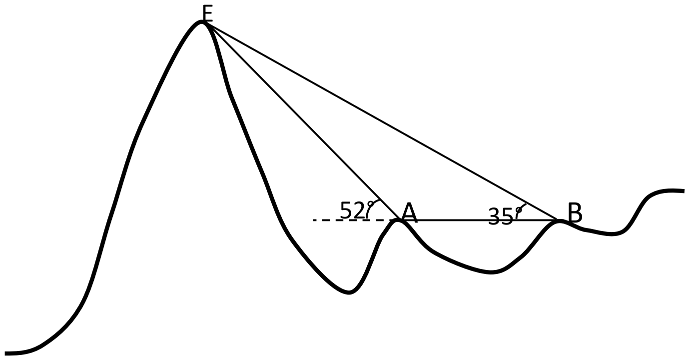
$b =$ distance $|AE|$?

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow b = |AE| = \frac{c\,.\,\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{1600\,.\,\sin 35°}{\sin 17°} = 3139 \text{ m}$$

b) $h =$ distance $|CE|$, segment perpendiculaire à AB passant par E

$\Delta\, ACE$ rectangle en C : $\sin\alpha_2 = \dfrac{h}{b} \Rightarrow h = |CE| = b\,.\,\sin\alpha_2 = 3138{,}99\;.\,\sin 128° = 2473$ m

Altitude de l'Everest $= h + 6375 = 2473 + 6375 = 8848$ m



Statistiques descriptives à une variable

1] Voici un tableau relevant le nombre de fautes d'orthographe par dictée dans une classe de 30 élèves de 6ème année :

a) Complète le tableau suivant :

Nombres de fautes	Nombres d'élèves	Effectifs cumulés	Fréquences (%)	Fréquences cumulées (%)		
x_i	n_i	N_i	f_i	F_i	$n_i.x_i$	$n_i.x_i^2$
0	2	**2**	**6,67%**	**6,67%**	**0**	**0**
1	4	**6**	**13,33%**	**20% (4)**	**4**	**4**
2	3	**9**	**10% (3)**	**30%**	**6**	**12**
3	7	**16 (2)**	**23,33%**	**53,33%**	**21**	**63**
4	8	**24**	**26,67%**	**80%**	**32**	**128**
5	3 (1)	**27**	**10%**	**90%**	**15**	**75**
6	3	**30**	**10%**	**100%**	**18**	**108**
	30		**100%**		**96**	**390**

b) Explique la signification des nombres inscrits dans les cases grisées, dans le contexte du problème :

(1) _________ 3 élèves d'une classe de 6^e année ont effectué 5 fautes d'orthographe par dictée

(2) 16 élèves d'une classe de 6^e année ont effectué maximum 3 fautes d'orthographe par dictée

(3) __ 10% des élèves d'une classe de 6^e année ont effectué 2 fautes d'orthographe par dictée

(4) 20% des élèves d'une classe de 6^e année ont effectué maximum 1 faute d'orthographe par dictée ____

c) Quel est le pourcentage d'élèves ayant fait au moins 2 fautes ? Explique comment tu as calculé ce pourcentage.

80% des élèves ont effectués au moins 2 fautes → 100%(tous) - 20% (0 ou 1 faute) ou bien 10%+23,33%+26,67%+10%+10% = 80%

d) Quel est le mode de cette série statistique ? Que signifie t'il dans le contexte de l'exercice ?

M_o = 4 → 4 fautes par dictée est le nombre de fautes le plus souvent rencontré dans une classe de 6e

e) Calcule la moyenne en utilisant la 6ème colonne du tableau. Que signifie t'elle dans le contexte de l'exercice ?

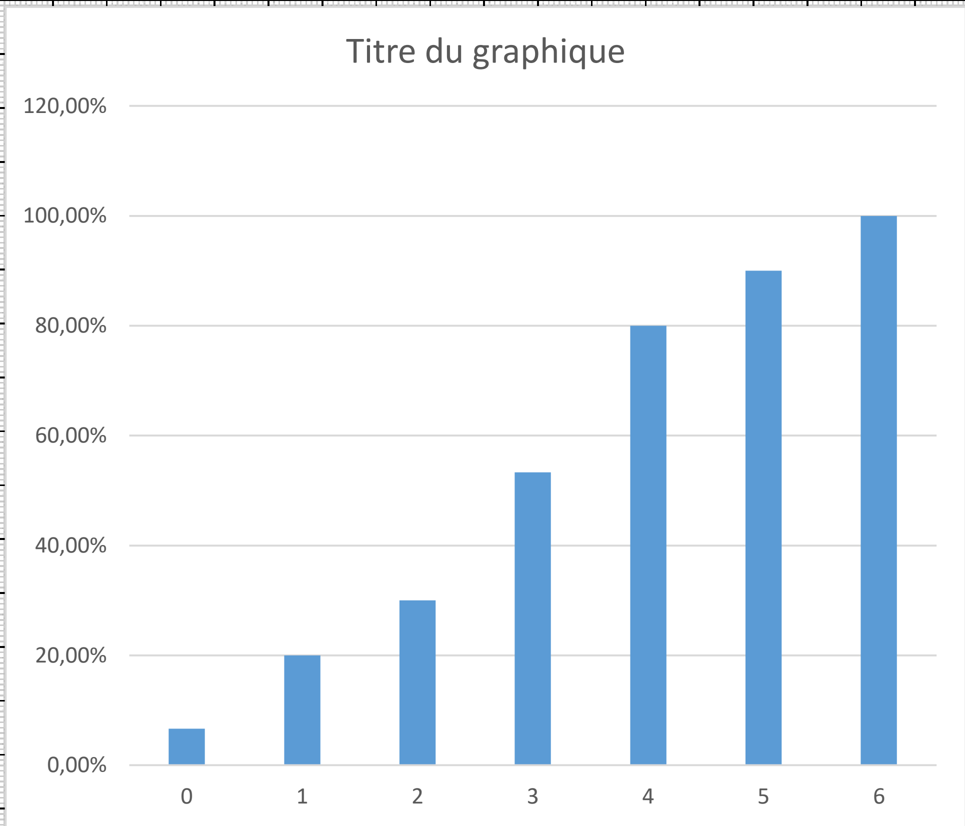
$\overline{x} = \frac{96}{30} = 3,2$ → **si tous les élèves de 6è avaient effectué le même nombre de fautes par dictée, ce serait 3,2.**

f) Quelle est la médiane de la série statistique ? Explique où tu l'as trouvée. Que signifie-t-elle dans le contexte ?

Me = 3 (15è et 16è élèves 3 fautes → (3+3) :2 = 3)

50% des élèves de 6è ont fait 3 fautes ou plus par dictée et 50% des élèves de 6è ont fait 3 fautes ou moins par dictée

g) Trace le diagramme en bâtonnets des effectifs.



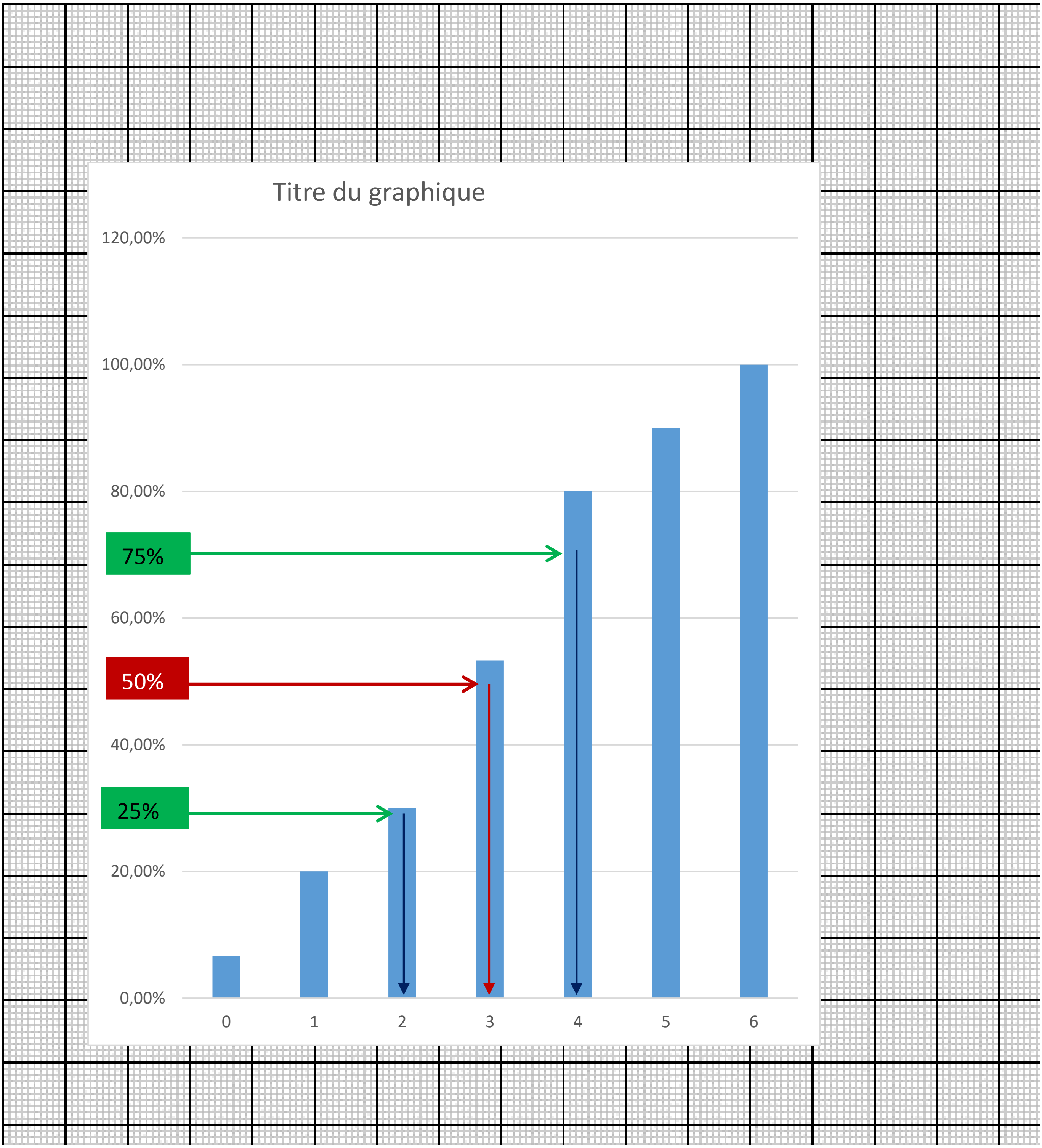
h) Calcule la variance en expliquant et utilisant la 7ème colonne de droite du tableau (tu arrondiras au 100ème). Que vaut l'écart-type de la série ?

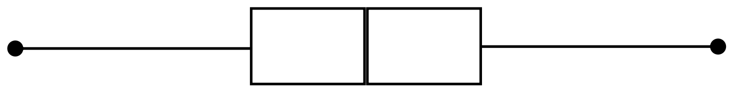
$$V = \frac{390}{30} - 3,2^2 = 2,76 \rightarrow \sigma = \sqrt{2,76} = 1,66\ fautes$$

i) Trace le diagramme des fréquences cumulées, détermine graphiquement la valeur de la médiane et vérifie qu'elle est bien égale à la valeur trouvée au point e).

/3 C_2

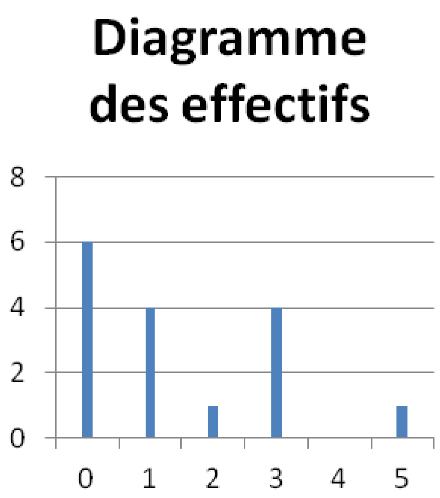
j) Détermine graphiquement Q1 et Q3. Déduis-en l'intervalle interquartile, l'écart interquartile et la boîte à moustaches.





Q1 = 2 fautes
Q3 = 4 fautes
Me = 3 fautes
Intervalle interquartile : [2 ; 4]
Ecart interquartile = 4 – 2 = 2 fautes

2] Lors de la dernière journée d'un championnat de Belgique de football, on a relevé le nombre de goals marqués par chaque équipe de division 1.
On obtient le diagramme des effectifs suivant :



a) Quelle est la variable étudiée ? **Le nombre de goals marqués par chaque équipe de D1 lors de la dernière journée de championnat de Belgique de football**

b) Détermine, en expliquant, l'effectif total. **→ 6+4+1+4+0+1=16**
Que signifie-t-il dans ce contexte ? **16 équipes participent à la dernière journée de championnat de…**

c) Combien d'équipes ont marqué au moins 3 goals ? **4+1=5**
Explique. **Voir graphique au-dessus du 3, du 4 et du 5**

d) Détermine le mode. **→ 0 but marqué**
Que signifie-t-il dans ce contexte ? **0 but marqué est la valeur la plus souvent relevée lors de…**

e) Calcule la moyenne. $\rightarrow \bar{x} = \frac{0.6+4.1+1.2+4.3+0.4+1.5}{16} = \frac{23}{16} = 1,44\ buts$
Que signifie-t-elle dans ce contexte ? **Si toutes les équipes avaient marqué le même nombre de buts, ce seraiy 1,44**

3] Des élèves d'une école ont étés interrogés sur le style de musique qu'ils préfèrent. Les résultats de l'enquête sont regroupés dans le tableau suivant :

Musique préférée	Nombre de jeunes	
Rock	3	$\frac{3}{88}.100 = 3{,}4\%$
Techno	17	$\frac{17}{88}.100 = 19{,}31\%$
Chanson française	16	$\frac{16}{88}.100 = 18{,}18\%$
Rap	29	$\frac{29}{88}.100 = 32{,}95\%$
Hip-hop	15	$\frac{15}{88}.100 = 17{,}04\%$
Blues, jazz	1	$\frac{1}{88}.100 = 1{,}13\%$
Dance	7	$\frac{7}{88}.100 = 7{,}95\%$

a) Détermine la population (**élèves…**), le caractère étudié (**style de musique**), le type de caractère (**qualitatif nominal**) et les modalités (**Rock,…**).

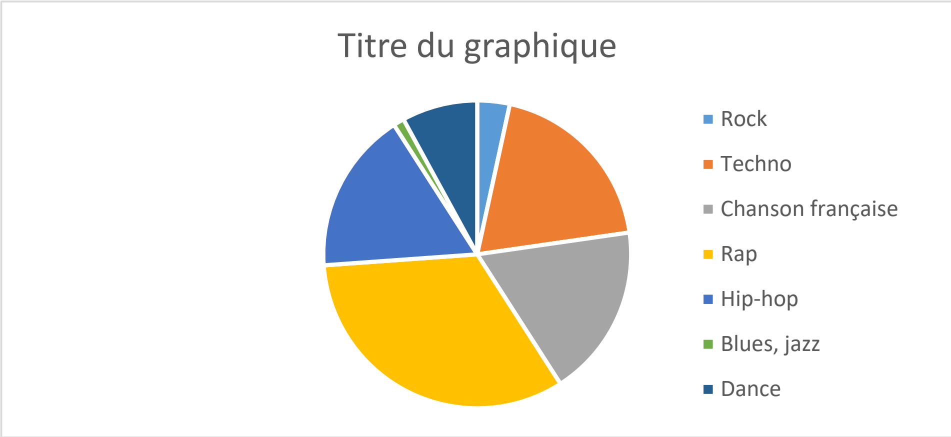
b) Détermine, en expliquant, l'effectif total. Que signifie-t-il dans ce contexte ? **3+17+16+29+15+1+7=88 → 88 élèves d'une école ont été interrogés.**

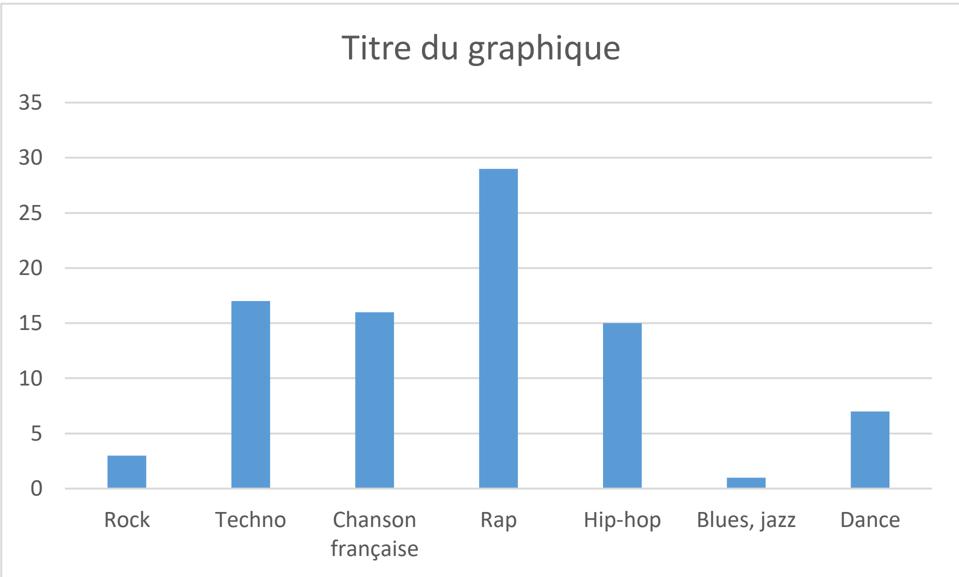
c) Ecris les fréquences dans la colonne de droite du tableau.

d) Représente le diagramme circulaire associé à la série et le diagramme en bâtonnets des effectifs.

e) Détermine, si possible, le mode (**Rap**), la médiane (**/ car caractère qualitatif**) et la moyenne (**/idem**).

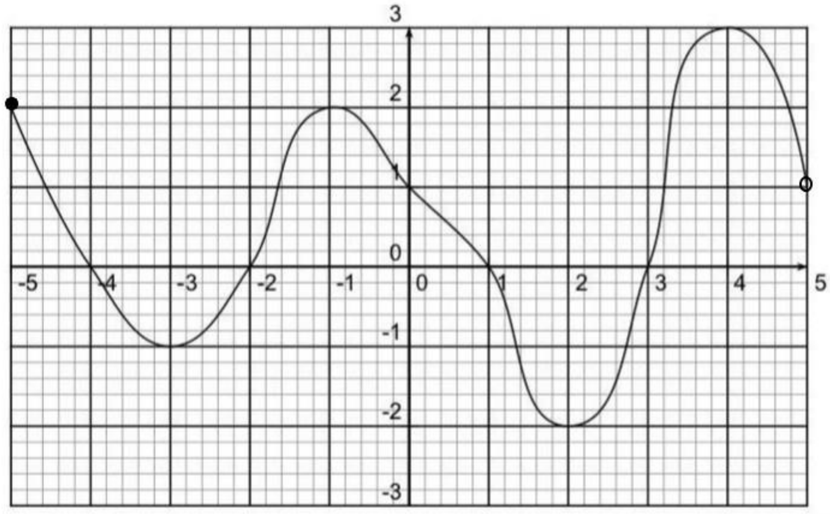
f) Détermine le pourcentage de jeunes préférant la chanson française. **18,18%**


Titre du graphique
Rock
Techno
Chanson française
Rap
Hip-hop
Blues, jazz
Dance


Titre du graphique
35
30
25
20
15
10
5
0
Rock
Techno
Chanson française
Rap
Hip-hop
Blues, jazz
Dance

Rappel sur les fonctions

1] A parti du graphique de la fonction f…



Complète :

a) dom f = [-5 ; 5[

b) imf = [-2 ; 3]

c) les racines de f sont x=-4 ou x=-2 ou x=1 ou x3

d) f est strictement croissante sur (toutes les possibilités) :]-3 ; -1[;]2 ; 4[

e) f est strictement décroissante sur (toutes les possibilités) : [-5 ; -3[;]-1 ; 2[;]4 ; 5[

f) f admet un maximum pour x = (toutes les possibilités) : x=-5 ou x=-1 ou x=4

g) f admet un minimum pour x= (toutes les possibilités) : x=-3 ou x=2

h) f(-4) = 0 f(0) = 1 f(5) = ∄

i) Les antécédents de -2 sont x=2

j) Les antécédents de 1 sont x=-4,5 ou x=-1,6 ou x=3,2

2] Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 4x^2 - 2x + 1$

Domf = R

2) $f(x) = \frac{4x-5}{x^2-4}$

Domf = R\{-2 ; 2}

3) $f(x) = \sqrt{3x+5}$

Domf = [-5/3 ; +∞[

7) $f(x) = \frac{3x}{3x-5x^2}$

Domf = R\{0 ; 5/3}

8) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-5x+6}$

Domf = R\{2 ; 3}

9) $f(x) = \sqrt{-3x+5}$

Domf =]-∞ ; 5/3]

4) $f(x) = \frac{x^2-9}{\sqrt{2-5x}}$

Domf =]-∞ ; 2/5[

5) $f(x) = \frac{\sqrt{-x-2}}{\sqrt{x+3}}$

Domf =]-3 ; -2]

6) $f(x) = \frac{\sqrt{-x-5}}{x^2-4}$

Domf =]-∞ ; -5]

10) $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{-3+4x}}$

Domf =]3/4 ; +∞[

11) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt{-x+3}}$

Domf = [2/3 ; 3[

12) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-5}}{x^2-4x+4}$

Domf = [5/3 ; +∞[

3] Pour chacune des fonctions, détermine le domaine de définition et recherche les racines, l'ordonnée à l'origine et les éventuels points d'intersection de leur graphique avec Ox et Oy.

a) $f(x) = x^3 + 2x$

b) $f(x) = \frac{3x^2-3}{x-1}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{-4x+1}}{4x^2-1}$

e) $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$

f) $f(x) = \sqrt{6x - 2}$

g) $f(x) = (9 - x^2) . (2x^2 + 7)$

1) A. $f(x) = x^3 + 2x$

1) Pas de CE
$\Longrightarrow$ dom f = $\mathbb{R}$

2) $f(x) = 0 \iff x^3 + 2x = 0 \iff x . (x^2 + 2) = 0 \iff x = 0$ ou $x^2 + 2 = 0$
$\iff x = 0$ ou $x^2 = -2$ impossible
$\rightarrow G_f \cap x = \{(0 ; 0)\}$ càd G_f passe par le centre du repère

3) $f(0) = 0$
$\rightarrow G_f \cap y = \{(0 ; 0)\}$ càd G_f passe par le centre du repère

---

B. $f(x) = \dfrac{3\,x^2-3}{x-1}$

1) CE : $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$
$\Rightarrow$ dom f $= \mathbb{R}\backslash\{1\}$

2) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3\,x^2-3}{x-1} = 0 \underset{x\neq 1}{\Leftrightarrow} 3\,x^2 - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3\,.\,(x^2 - 1) \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 1$
$\Leftrightarrow \quad x = \pm\,1 \quad \Leftrightarrow \quad x = -1$ (ok) ou $x = 1$ (à rejeter au vu des CE.
$\rightarrow$ Gf $\cap$ x $= \{(-1\,;0)\}$

3) $f(0) = \frac{0-3}{0-1} = 3$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ y $= \{(0\,;3)\}$

C. f(x)= $\sqrt[3]{x^2 - 4}$

1) Pas de CE
$\Longrightarrow$ dom f $= \mathbb{R}$

2) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[3]{x^2 - 4} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm\,2$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ x $= \{(-2\,;0)\,,(2\,;0)\}$

3) $f(0) = \sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4} = -1{,}59$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ y $= \{(0\,;-\sqrt[3]{4})\}$

D. $f(x) = \dfrac{\sqrt{-4\,x+1}}{4\,x^2-1}$

1) CE: $\left.\begin{array}{l} \text{a) } -4\,x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -4\,x \geq -1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{4} \\ \text{b) } 4\,x^2 - 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow x^2 \neq \frac{1}{4} \Leftrightarrow x \neq \pm\frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{domf} = \left]-\infty\,;\; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}\,;\; \frac{1}{4}\right]$

2) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Leftrightarrow \frac{\sqrt{-4\,x+1}}{4\,x^2-1} = 0 \underset{x\neq\pm\frac{1}{2}}{\Leftrightarrow} \sqrt{-4\,x+1} = 0 \Leftrightarrow -4\,x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

$\rightarrow$ Gf $\cap$ x $= \{(-1\,;0)\}$

3) $f(0) = \frac{\sqrt{0+1}}{0-1} = -1$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ y $= \{(0\,;-1)\}$

E. $f(x) = 2\,x^3 + 5\,x^2 + x - 2$

1) Pas de CE
$\Longrightarrow$ dom f $= \mathbb{R}$

2) $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2\,x^3 + 5\,x^2 + x - 2 = 0 \underset{\text{Horner}}{\Leftrightarrow} (x+1)\,.\,(2\,x^2 + 3\,x - 2) = 0$

$\underset{\text{Horner}}{\Leftrightarrow} (x+1)\,.\,(x+2)\,.\,(2\,x-1) = 0 \underset{\text{PN}}{\Leftrightarrow} x = -1$ ou $x = -2$ ou $x = \frac{1}{2}$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ x $= \left\{(-2\,;\;0)\,,(-1\,;\;0)\,,\left(\frac{1}{2};0\right)\right\}\{\,\}$

3) $f(0) = -2$
$\rightarrow$ Gf $\cap$ y $= \{(0\,;-1)\}$

F. $f(x) = \sqrt{6\,x - 2}$

1) CE : $6\,x - 2 \geq 0 \iff 6\,x \geq 2 \iff x \geq \frac{2}{6} \iff x \geq \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \text{dom } f = \left[\frac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$

3) $f(x) = 0 \iff \sqrt{6\,x - 2} = 0 \iff 6\,x - 2 = 0 \iff 6\,x = 2 \iff x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\iff x = -1$ (ok) ou $x = 1$ (à rejeter au vu des CE.

$\rightarrow G_f \cap x = \left\{\left(\frac{1}{3} ; 0\right)\right\}$

3) $f(0) \nexists$ ($\sqrt{-2}$ n'existe pas) car $0 \notin \text{donf}$

$\rightarrow G_f \cap y = \phi$

G. $f(x) = (9 - x^2)\,.\,(2\,x^2 + 7)$

1) Pas de CE

$\Longrightarrow \text{dom } f = \mathbb{R}$

2) $f(x) = 0 \iff (9 - x^2)\,.\,(2\,x^2 + 7) = 0 \iff 9 - x^2 = 0$ ou $2\,x^2 + 7 = 0$

$\iff x^2 = 9$ ou $x^2 = \frac{-7}{2}$: impossible $\iff x = \pm\,3$

$\rightarrow G_f \cap x = \{(-\,3\ ;\ 0)\,,(3\ ;\ 0)\}\ \{\ \}$

3) $f(0) = (9 - 0^2)\,.\,(2\,.\,0^2 + 7) = 9\,.\,7 = 63$

$\rightarrow G_f \cap y = \{(0\ ;63)\}$