COLLÈGE SAINT-BARTHÉLEMY

Mathématique : Quatrième année

Exercices de révisions : Noël

La meilleure manière de préparer l'examen est de résoudre les exercices réalisés en classe et, **bien entendu**, ***refaire les tests***.
Les exercices ci-dessous viennent en complément de tous les précédents.
Il est important de réaliser un maximum d'exercices ***cahier fermé*** avec juste l' énoncé devant les yeux)

Fractions algébriques

a) Simplifie au maximum après avoir posé les **C**onditions d'**E**xistence (**C.E.**) :

Série 1	Série 2
1] $\frac{16x^2}{24x} =$	1] $\frac{-72a^3x^2}{20a^2x^3} =$
2] $\frac{x^2-1}{x^2-x} =$	2] $\frac{4-2x}{x^2-4} =$
3] $\frac{x-5}{5-x} =$	3] $\frac{x^2-9}{3x-9} =$
4] $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} =$	4] $\frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9} =$
5] $\frac{x^2-16}{4-x} =$	5] $\frac{-2x-10}{5-x} =$
6] $\frac{2x^2+5x-3}{4x^2-36} =$	6] $\frac{4a-12}{2a^2-18} =$
7] $\frac{3a^2b-3ab^2}{a^2b-a^3} =$	7] $\frac{x-2}{(x^2-4x+4)(x-1)} =$
8] $\frac{x^2-2x-3}{9-x^2} =$	8] $\frac{x^2-5x+6}{2x^2-7x+3} =$
9] $\frac{-3a^4b^5c^2}{12a^5b^6c^2} =$	9] $\frac{ay-ax}{x-y} =$
10] $\frac{x^3-x^2-4x+4}{x^3-2x^2-x+2} =$	10] $\frac{2x^3+4x^2-2x-4}{2x^3+6x^2-8} =$

b) Multiplie et/ou divise les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 3	Série 4
1] $\frac{2x+3}{x^2-4}\cdot\frac{x-2}{3+2x}=$	1] $\frac{3x^2-27}{x^2-6x+9}:\frac{3x^2+12x+9}{x^3-7x-6}=$
2] $\frac{x^2-4}{x+3}:\frac{2x+4}{x^2-9}=$	2] $\frac{2x^2-4x}{3x^2-12x+9}\cdot\frac{3x^2-15x+18}{2x^2-8x+8}\cdot\frac{x^2-3x+2}{x^3-4x}=$
3] $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-2x}:\frac{x+2}{x^2-4}=$	3] $\frac{x^2-x}{x^3+4x^2+4x}\cdot\frac{x^2+3x+2}{2-x}:\frac{2x^2-2}{x^3-4x}=$
4] $\frac{2x^2-3-5x}{4x^2+4x+1}\cdot(6x-2x^2)\cdot\frac{-5x}{x^3-6x^2+9x}=$	4] $\frac{x^2-6x+9}{x^3+10x^2+25x}:\frac{x^2-9}{x^4-25x^2}=$

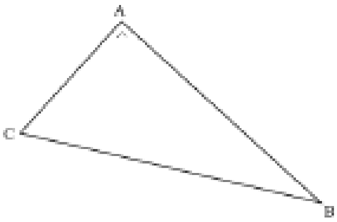
c) Additionne les fractions algébriques suivantes (les CE sont considérées comme vérifiées)

Série 5	Série 6
1] $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-3}=$	1] $\frac{2x^2-3}{x-1}-2x=$
2] $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x-5}{2x}=$	2] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=$
3] $\frac{2x}{x-3}-4=$	3] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x}{1-x^2}=$
4] $\frac{3x-1}{x-1}+\frac{2}{x^2-1}=$	4] $\frac{x}{2x-4}+\frac{3}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}=$
5] $\frac{x+1}{x^2-2x+1}-\frac{x+2}{x^2-1}=$	5] $\frac{x-1}{x^2-4x+4}-\frac{x+1}{x^2-4}=$
6] $\frac{3x}{x^2-4}-\frac{4x}{2x^2-x-6}=$	6] $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-x-2}+\frac{2}{x^2-1}=$
7] $\frac{6}{2+x}-\frac{4}{x-2}-\frac{10}{x^2-4}=$	7] $\frac{3x}{x^2-4x+4}-\frac{5}{2-x}+\frac{1}{x+2}=$

Trigonométrie

1] Trigonométrie « simple »[1]

Dans le triangle ci-contre, lequel des rapports $\frac{|AB|}{|AC|}, \frac{|AC|}{|AB|}, \frac{|AB|}{|BC|}, \frac{|BC|}{|AB|}, \frac{|AC|}{|BC|}, \frac{|BC|}{|AC|}$ est égal à



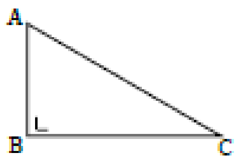
$\sin\hat{C}$?

$\cos\hat{C}$?

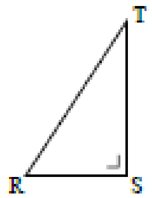
$tg\,\hat{C}$?

Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE** le sinus, le cosinus et la tangente de

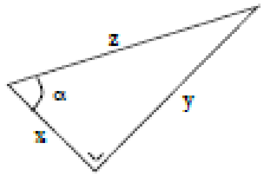
l'angle $\hat{A}$



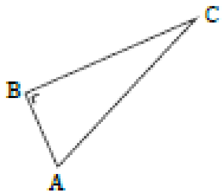
l'angle $\widehat{RTS}$



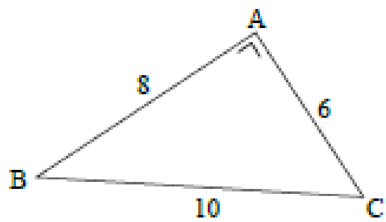
l'angle α



l'angle $\hat{C}$

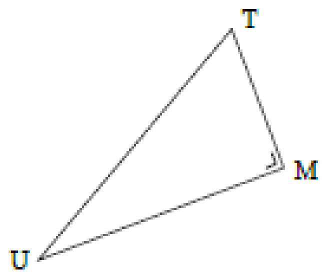


Dans les triangles rectangles suivants, **BARRE** les réponses incorrectes :



$\cos\hat{C}$ est égal à

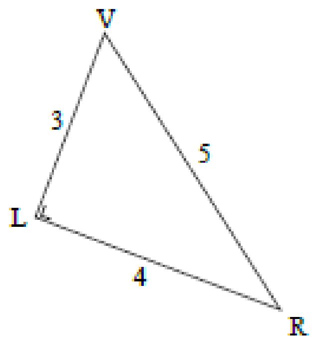
1,3 ; 53° ; 37° ; 0,8 ; 0,6 ; $\sin\hat{B}$



$|MU| = 12; |MT| = 5; |UT| = 13$

$\sin\hat{T}$ est égal à

$\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 20° ; $\frac{13}{12}$; $\cos\hat{U}$; 1,04



$tg\,\hat{V}$ est égal à

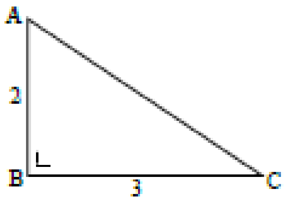
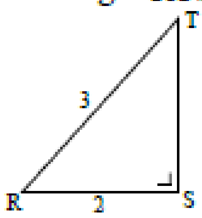
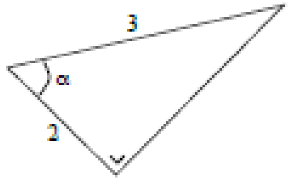
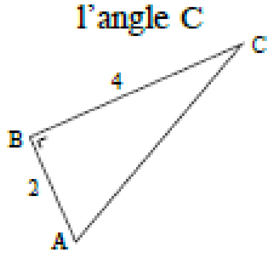
0,8 ; 42° ; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{\sin\hat{V}}{\cos\hat{V}}$; $\frac{\cos\hat{R}}{\sin\hat{R}}$

[1] Evaluation non certificative – 2014 – Pistes didactiques – Fédération WB : Enseignement.be

CALCULE α ($\alpha \in [0°,90°]$)

$\sin \alpha = 0{,}8$	$\cos \alpha = \dfrac{1}{3}$	$\operatorname{Tg} \alpha = \dfrac{5}{3}$

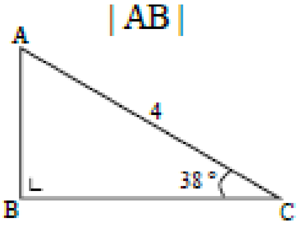
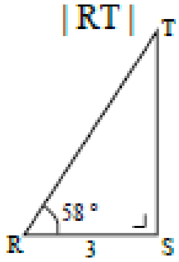
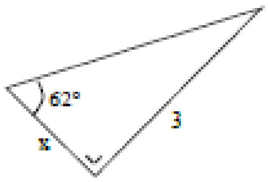
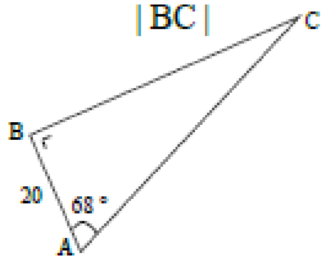
Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE** le sinus, le cosinus et la tangente de

l'angle $\hat{A}$ 	l'angle $\widehat{RTS}$ 	l'angle $\hat{\alpha}$ 	l'angle $\hat{C}$ 

Dans un triangle rectangle, les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 15 et 20, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?	Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 20 et un côté de l'angle droit mesure 15, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?	Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse et un côté de l'angle droit mesurent respectivement 35 et 20, quelles sont les amplitudes des deux autres angles ?

ISOLE x		
$ax = b$	$\dfrac{x}{a} = b \quad (a \neq 0)$	$\dfrac{a}{x} = b \quad (x \neq 0)$

Dans les triangles rectangles suivants, **DÉTERMINE**

$\lvert AB \rvert$	$\lvert RT \rvert$	x	$\lvert BC \rvert$
			

Dans un triangle rectangle, l'amplitude d'un angle est 73° et son côté opposé mesure 27, que mesurent l'hypoténuse et le troisième côté ?	Dans un triangle rectangle, l'amplitude d'un angle est 18° et son côté adjacent mesure 42, que mesurent l'hypoténuse et le troisième côté ?

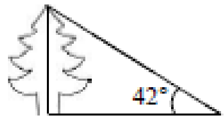
2] Trigonométrie : problèmes

1. Quelle est l'amplitude de l'angle que fait un rayon lumineux avec l'horizontale lorsque l'ombre d'un poteau vertical mesure les $\frac{7}{5}$ de sa hauteur ?

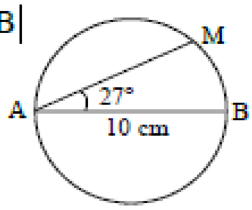
2. Un chemin sépare deux maisons. Une échelle de 8 m appuyée sur la façade de l'une d'elles fait un angle de 72° avec le sol. Sans bouger les pieds de l'échelle, on l'appuie sur l'autre façade, elle fait alors un angle de 76° avec le sol. Quelle est la largeur du chemin ?

---

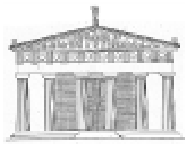
1. Le rayon solaire passant par le sommet d'un sapin forme un angle de 42° avec le sol horizontal. Quelle est la hauteur du sapin sachant que son ombre a une longueur de 33 m ?



2. Calculer $|MB|$

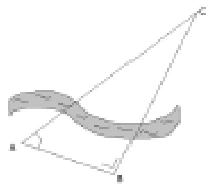


3. Le fronton d'un temple grec a la forme d'un triangle isocèle dont la base mesure 25 m. Calcule la longueur des deux autres côtés ainsi que l'amplitude des angles à la base sachant que la hauteur relative à cette base mesure 5,2 m.



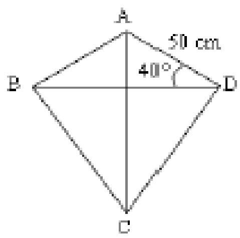
4. Un cycliste monte un col. Il démarre à une altitude de 340 m. Il monte pendant 15 km sur une route qui fait un angle de 7° avec l'horizontale. À quelle altitude arrivera-t-il au sommet ?

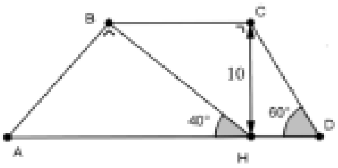
5. Deux immeubles se trouvent de part et d'autre d'une rue. Du bâtiment dont la hauteur vaut 240 m, on observe le sommet du second sous un angle de 25° par rapport à l'horizontale. Réalise un schéma de la situation. La hauteur du second immeuble vaut 360 m. Calcule la distance séparant ces deux immeubles.

6. 

   Une ligne à haute tension reliant les villages A et C franchit une rivière. Si tu sais que B est un angle droit, $|AB| = 94$ m et $|\widehat{BAC}| = 72°$, calcule la distance séparant les deux villes.

7. Manon veut construire un cerf-volant selon les dimensions suivantes et sachant que $\hat{B}$ et $\hat{D}$ sont des angles droits. Quelles sont les longueurs des baguettes formant la structure du cerf-volant (les diagonales) ?



8. 

   En tenant compte des informations données sur le dessin, calcule la longueur des quatre côtés, le périmètre et l'aire du trapèze ABCD.

Trigonométrie dans le Cercle trigonométrique

1] Dans chacun des cas, représente l'angle dans le Cercle Trigonométrique, situe ses trois nombres trigonométriques et évalue leur valeur :

a) 36°

b) 224°

c) 145°

d) 332°

2] Repère et annote sur le C.T. les points (points-images) correspondant à tous les angles dont un nombre trigonométrique est donné.
Détermine à l'aide d'une calculatrice la mesure des angles dessinés (en degrés décimaux ∈ [0° ; 360°] - arrondis aux $100^{\text{ème}}$).
Les solutions doivent être représentées sur le C.T. avec une précision absolue.
Choisis donc les unités du repère en conséquence.

a) $\sin \alpha = \frac{4}{7}$

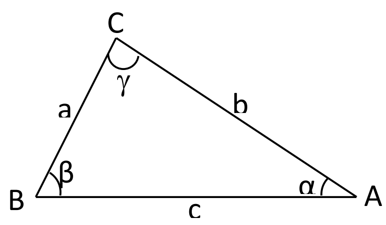
b) $\cos \alpha = \frac{-2}{3}$

c) $\tan \alpha = \frac{-3}{5}$

Voir exercices du test synthèse

Trigonométrie dans les triangles quelconques.

1] Dans le tableau, a, b, c, α, β, γ sont respectivement les longueurs des côtés et les mesures des angles d'un triangle quelconque ABC .



Pour chaque triangle,

① fais un croquis en y portant les 3 données et recherche les 3 éléments inconnus.

② calcule "trigonométriquement" les 3 éléments manquants càd résous le triangle.

③ calcule son aire.

Arrondis tes réponses aux $100^{\text{èmes}}$, sans arrondir les valeurs de tes calculs intermédiaires.

	a = $\lvert BC\rvert$	b = $\lvert AC\rvert$	c = $\lvert AB\rvert$	α	β	γ
A.	5	?	3	?	?	22°
B.	3	4	2	?	?	?
C.	?	5	3	53°	?	?

2] On construit un tunnel rectiligne à travers une montagne à partir d'un point A jusqu'à un point B. Le sommet de la montagne est un point, noté C, visible de A et de B. Les distances qui séparent A de C et B de C sont respectivement 384,8 m et 555,6 m. L'angle ACB mesure 35,7° .

Calculer la longueur du tunnel (en mètres, arrondi au $100^{\text{ème}}$).

Veiller à ne pas arrondir les calculs intermédiaires.

3] Un touriste regarde le sommet d'une tour. Son œil est à 1,7 m du sol. L'angle d'élévation (angle formé par la droite joignant l'œil à l'objet et l'horizontale passant par l'œil) du sommet d'une tour verticale est de 29,6°.
Le touriste s'avance de 30 mètres vers la tour sur une horizontale et l'angle d'élévation du sommet est alors égal à 45,2°.

Calculer la hauteur de la tour (en mètres , arrondi au $100^{\text{ème}}$) .

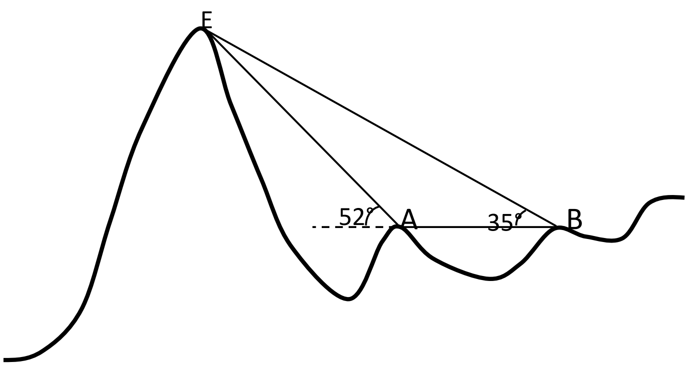
Veiller à ne pas arrondir les calculs intermédiaires.

4] Un bateau A quitte le port P à 14h et fait route à la vitesse de 40km/h dans une direction faisant un angle de 50° avec la direction S-N (sud-nord).
Un second navire B quitte le même port à 14h30 et navigue à la vitesse de 30km/h dans une direction faisant un angle de 70° avec la direction S-N .

Calculer la distance séparant les bateaux A et B à 16h (en km, arrondi au $100^{\text{ème}}$).

Veiller à ne pas arrondir les calculs intermédiaires.

5] Lors d'une expédition, des alpinistes ont pour mission scientifique de mesurer la hauteur de l'Everest à partir de deux points A et B déjà identifiés et situés tous les deux à 6375m d'altitude.
Pour déterminer l'altitude au sommet E, les alpinistes mesurent la distance entre A et B, qui est de 1600 m, ainsi que les amplitudes des angles d'élévation en A et B, respectivement égales à 52° et 35°. (! le croquis n'est pas réalisé à l'échelle !)



a) Calculer, en mètres et en arrondissant à l'unité, la distance de A à E.

b) Calculer, en mètres et en arrondissant à l'unité, l'altitude de l'Everest.

Veiller à ne pas arrondir les calculs intermédiaires.

Statistiques descriptives à une variable

1] Voici un tableau relevant le nombre de fautes d'orthographe par dictée dans une classe de 30 élèves de 6ème année :

a) Complète le tableau suivant :

Nombres de fautes	Nombres d'élèves	Effectifs cumulés	Fréquences (%)	Fréquences cumulées (%)		
x_i	n_i	N_i	f_i	F_i	$n_i.x_i$	$n_i.x_i^2$
0	2					
1	4			(4)		
2	3		(3)			
3	7	(2)				
4	8					
5	3 (1)					
6	3					

b) Explique la signification des nombres inscrits dans les cases grisées, dans le contexte du problème :

(1) ____

(2) ____

(3) ____

(4) ____

c) Quel est le pourcentage d'élèves ayant fait au moins 2 fautes ? Explique comment tu as calculé ce pourcentage.

d) Quel est le mode de cette série statistique ? Que signifie t'il dans le contexte de l'exercice ?

e) Calcule la moyenne en utilisant la 6ème colonne du tableau. Que signifie t'elle dans le contexte de l'exercice ?

f) Quelle est la médiane de la série statistique ? Explique où tu l'as trouvée. Que signifie-t-elle dans le contexte ?

g) Trace le diagramme en bâtonnets des effectifs.

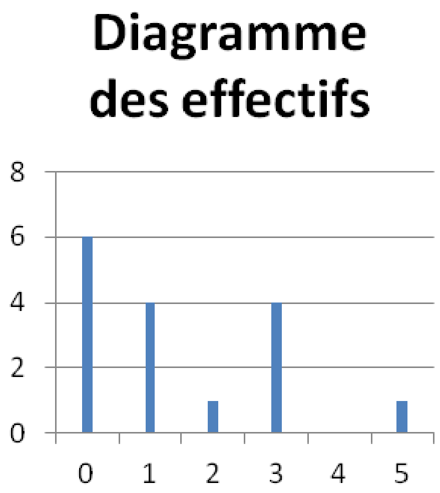
h) Calcule la variance en expliquant et utilisant la 7ème colonne de droite du tableau (tu arrondiras au 100ème). Que vaut l'écart-type de la série ?

i) Trace le diagramme des fréquences cumulées, détermine graphiquement la valeur de la médiane et vérifie qu’elle est bien égale à la valeur trouvée au point e).

/3 C_2

j) Détermine graphiquement Q1 et Q3. Déduis-en l’intervalle interquartile, l’écart interquartile et la boîte à moustaches.

2] Lors de la dernière journée d'un championnat de Belgique de football, on a relevé le nombre de goals marqués par chaque équipe de division 1.
On obtient le diagramme des effectifs suivant :



a) Quelle est la variable étudiée ?

b) Détermine, en expliquant, l'effectif total.
Que signifie-t-il dans ce contexte ?

c) Combien d'équipes ont marqué au moins 3 goals ?
Explique.

d) Détermine le mode.
Que signifie-t-il dans ce contexte ?

e) Calcule la moyenne.
Que signifie-t-elle dans ce contexte ?

3] Des élèves d'une école ont étés interrogés sur le style de musique qu'ils préfèrent. Les résultats de l'enquête sont regroupées dans le tableau suivant :

Musique préférée	Nombre de jeunes	
Rock	3	
Techno	17	
Chanson française	16	
Rap	29	
Hip-hop	15	
Blues, jazz	1	
Dance	7	

a) Détermine la population, le caractère étudié, le type de caractère et les modalités.

b) Détermine, en expliquant, l'effectif total. Que signifie-t-il dans ce contexte ?

c) Ecris les fréquences dans la colonne de droite du tableau.

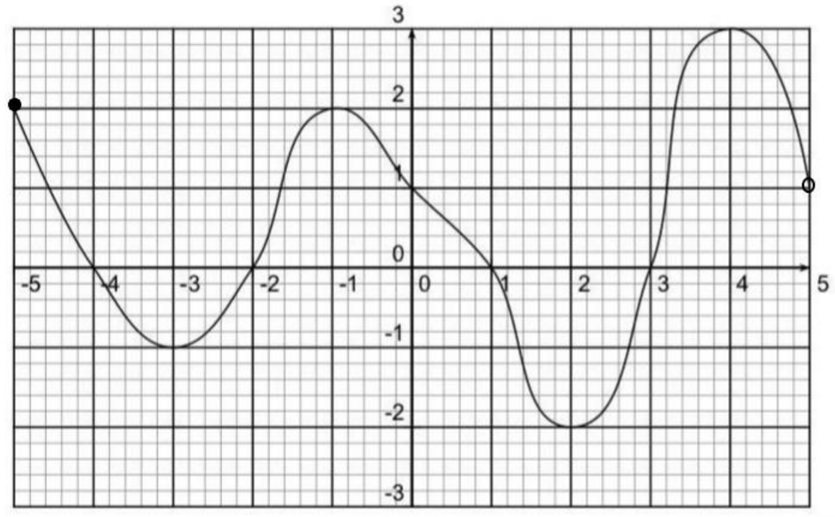
d) Représente le diagramme circulaire associé à la série et le diagramme en bâtonnets des effectifs.

e) Détermine, si possible, le mode, la médiane et la moyenne.

f) Détermine le pourcentage de jeunes préférant la chanson française.

Rappel sur les fonctions

1] A parti du graphique de la fonction f…



Complète :

a) dom f =

b) imf =

c) les racines de f sont

d) f est strictement croissante sur (toutes les possibilités) :

e) f est strictement décroissante sur (toutes les possibilités) :

f) f admet un maximum pour x = (toutes les possibilités) :

g) f admet un minimum pour x= (toutes les possibilités) :

h) f(-4) = f(0) = f(5) =

i) Les antécédents de -2 sont

j) Les antécédents de 1 sont

2] Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 4x^2 - 2x + 1$

2) $f(x) = \frac{4x-5}{x^2-4}$

3) $f(x) = \sqrt{3x+5}$

7) $f(x) = \frac{3x}{3x-5x^2}$

8) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-5x+6}$

9) $f(x) = \sqrt{-3x+5}$

4) $f(x) = \frac{x^2-9}{\sqrt{2-5x}}$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{-x-2}}{\sqrt{x+3}}$

6) $f(x) = \frac{\sqrt{-x-5}}{x^2-4}$

10) $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{-3+4x}}$

11) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt{-x+3}}$

12) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-5}}{x^2-4x+4}$

3] Pour chacune des fonctions, détermine le domaine de définition et recherche les racines, l'ordonnée à l'origine et les éventuels points d'intersection de leur graphique avec Ox et Oy.

a) $f(x) = x^3 + 2x$

b) $f(x) = \frac{3x^2-3}{x-1}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{-4x+1}}{4x^2-1}$

e) $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$

f) $f(x) = \sqrt{6x - 2}$

g) $f(x) = (9 - x^2) . (2x^2 + 7)$