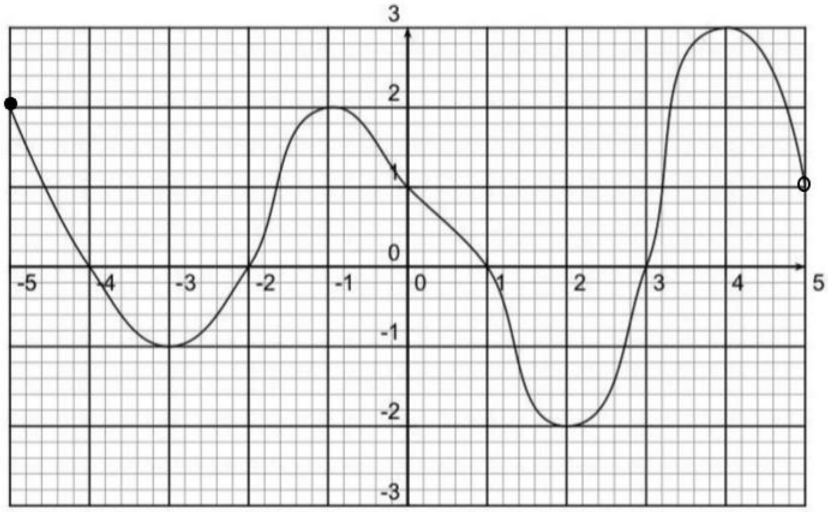
La meilleure manière de préparer l'examen est de résoudre les exercices réalisés en classe et, **bien entendu**, ***refaire les tests***.
Les exercices ci-dessous viennent en complément de tous les précédents.
Il est important de réaliser un maximum d'exercices ***cahier fermé*** avec juste l' énoncé devant les yeux)

Rappel sur les fonctions

1] A parti du graphique de la fonction f…



Complète :

a) dom f =

b) imf =

c) les racines de f sont

d) f est strictement croissante sur (toutes les possibilités) :

e) f est strictement décroissante sur (toutes les possibilités) :

f) f admet un maximum pour x = (toutes les possibilités) :

g) f admet un minimum pour x= (toutes les possibilités) :

h) f(-4) = f(0) = f(5) =

i) Les antécédents de -2 sont

j) Les antécédents de 1 sont

2] Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \sqrt{-3\,x^2 + x}$

2) $f(x) = \frac{x-1}{4\,x^2+9}$

3) $f(x) = \frac{5\,x - 2}{-12\,x^2 - 5\,x + 2}$

4) $f(x) = \frac{x+1}{4\,x^2-9}$

5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 25}}$

6) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{4\,x^2-9}}$

7) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5\,x + 6}}{x - 3}$

8) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{4\,x^2-9}$

9) $f(x) = \sqrt{\frac{-(x+2)^3}{(4-x^2)\,.\,(3-x)}}$

10) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{4\,x^2-9}}$

3] Pour chacune des fonctions, détermine le domaine de définition et recherche les racines, l'ordonnée à l'origine et les éventuels points d'intersection de leur graphique avec Ox et Oy.

a) $f(x) = x^2 + 5\,x + 3$

b) $f(x) = \frac{3x^2-3}{\sqrt{2x^2-5x+3}}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{-4x+1}}{4x^2-1}$

e) $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-2x+1}}$

g) $f(x) = (9 - x^2)\,.\,(2x^2 + 7)$

Le second degré

Le Second degré sous l'angle des 7 processus

1. Reconnaître

1.1. Parmi les expressions analytiques suivantes, **entoure** celles qui décrivent une fonction du second degré :

$f_1(x) = (2x-1).(x+3)$ $\qquad$ $f_2(x) = (2x^2-7)^2$

$f_3(x) = (x^2-1).(x^2+5)$ $\qquad$ $f_4(x) = 1-x^2$

$f_5(x) = -2x^2-3x+1$ $\qquad$ $f_6(x) = -5(x+3)^2$

$f_7(x) = x(2x-4)$ $\qquad$ $f_8(x) = \frac{5}{x^2}+1$

2. Interpréter

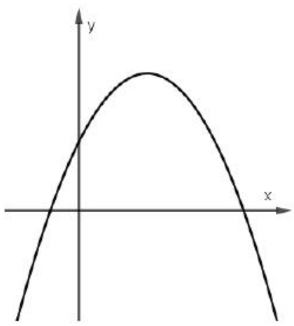
2.1. Voici l'expression analytique de 4 fonctions du second degré :

$\boldsymbol{f_1(x) = 2x^2 + 3x + 5}$ $\qquad$ $\boldsymbol{f_2(x) = 3(x-5)^2 + 2}$ $\qquad$ $\boldsymbol{f_3(x) = -(x-5)^2}$ $\qquad$ $\boldsymbol{f_4(x) = -5(x-5)(x+3)}$

Dans chaque cas, **entoure** le nom de la ou des fonctions qui vérifie(nt) la proposition énoncée

La fonction admet un zéro dont la valeur est 5	f_1	f_2	f_3	f_4
La fonction admet un maximum en x=5	f_1	f_2	f_3	f_4
Le graphique de f coupe l'axe des y en 5	f_1	f_2	f_3	f_4
Le graphique de f tourne sa concavité vers le bas	f_1	f_2	f_3	f_4

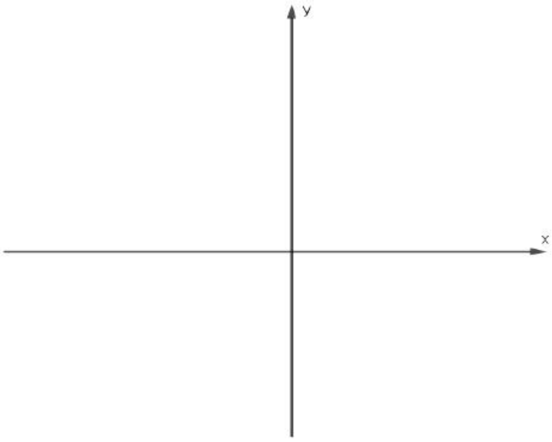
2.2. **Détermine** le signe des trois paramètres de la fonction $f(x) = a(x+p)^2 + q$ représentée ci-dessous.



Paramètres	Signe du paramètre
a	
p	
q	

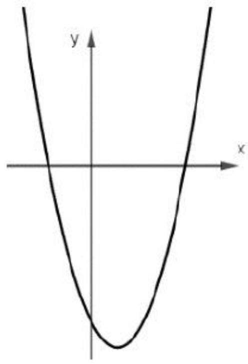
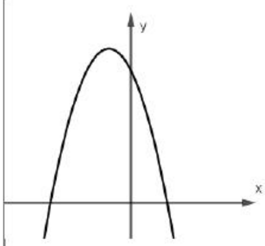
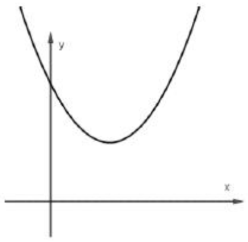
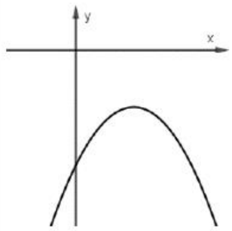
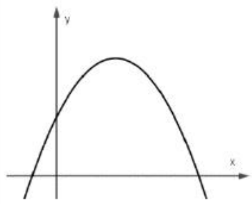
2.3. **Représente** une fonction du deuxième degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ vérifiant les caractéristiques suivantes :

$$\boldsymbol{a} > \mathbf{0} \;\; ; \;\; \boldsymbol{c} > \mathbf{0} \;\; ; \; \Delta = \mathbf{0}$$



2.4. Parmi les graphiques ci-dessous, un seul correspond au graphique de la fonction :

$$f(x) = -3x^2 - 2x + 2$$

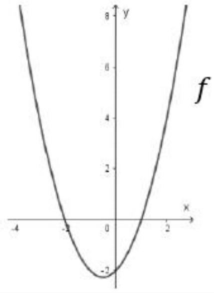
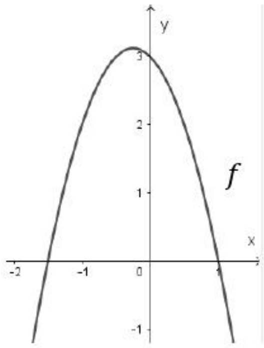
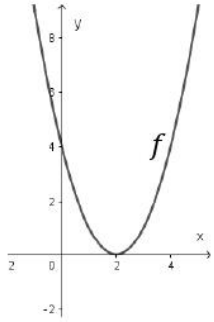
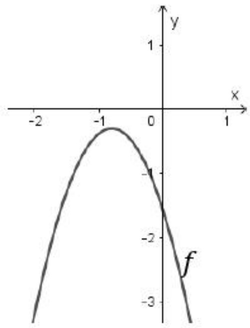
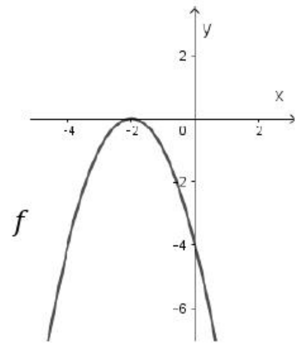
Graphique 1	*Graphique 2*	*Graphique 3*	*Graphique 4*	*Graphique 5*
				

- Lequel des graphiques correspond à $f(x)$?
  Complète par le numéro du graphique

  Le graphique ………. représente la fonction $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$

- **Justifie** pourquoi chacun des autres graphiques ne représentent pas le graphique de la fonction $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$.

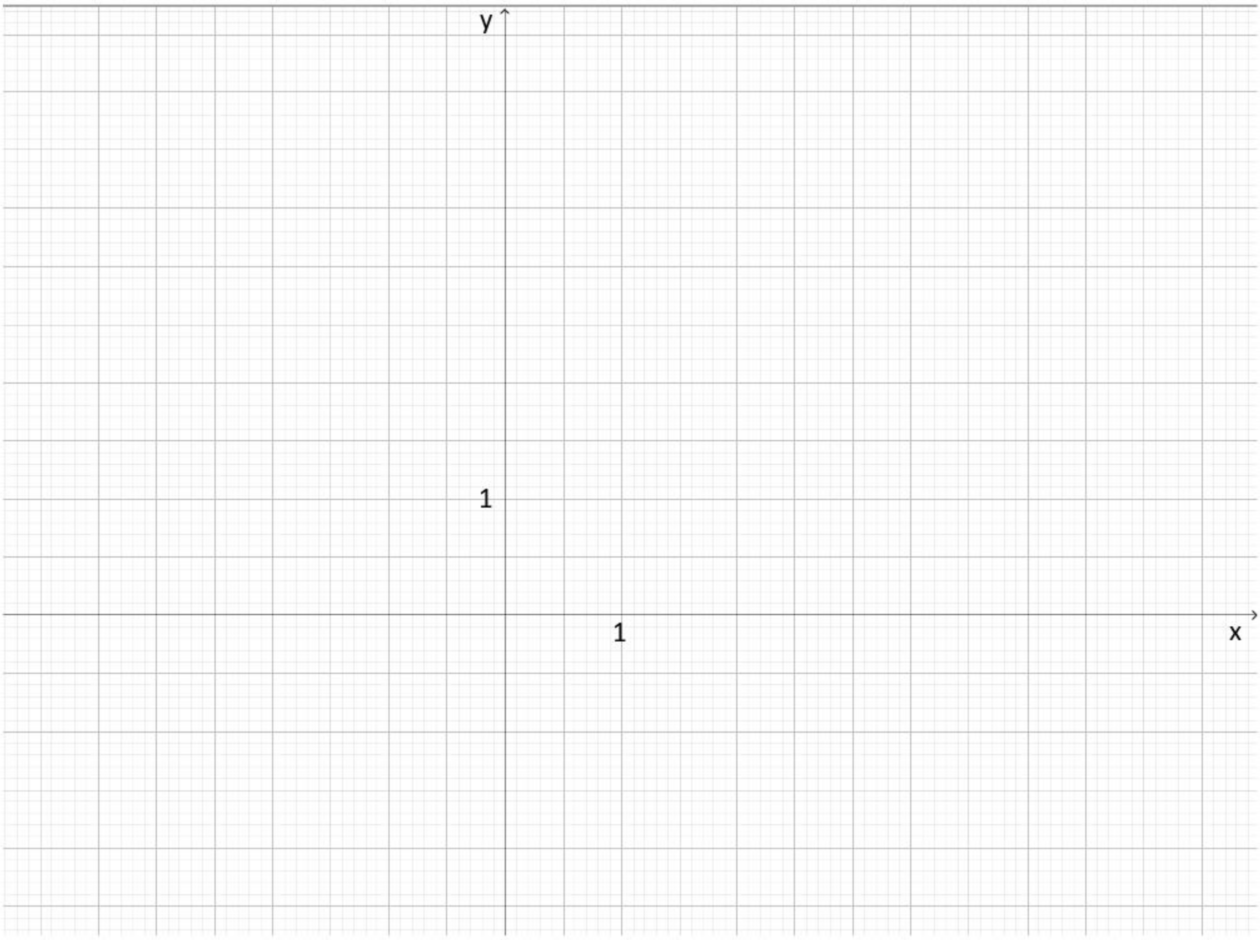
2.5 **Associe** à chaque graphique l'unique information qui lui convient :

L'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$ a pour unique solution -2. **Graphique n°…**		*Graphique 1* 
L'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$ admet deux solutions dont l'une vaut -2. **Graphique n°…**		*Graphique 2* 
L'inéquation $\boldsymbol{f(x) < 0}$ est toujours vérifiée $S = R$ **Graphique n°…**		*Graphique 3* 
L'ensemble des solutions de l'inéquation $\boldsymbol{f(x) > 0}$ est l'intervalle $\left]\frac{-3}{2}, 1\right[$. **Graphique n°…**		*Graphique 4* 
L'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$ a une seule solution et celle-ci est positive. **Graphique n°…**		*Graphique 5* 

3. Représenter

Soit la fonction $f(x) = x^2 - 3x$

- **Cite** les caractéristiques du graphique de la fonction f
- **Représente** ensuite le graphique de le fonction et **identifie** les caractéristiques citées



Caractéristiques de $f(x) = \boldsymbol{x^2 - 3x}$

4. Calculer

4.1 **Résous** les équations suivantes :

a) $9(\mathrm{x}-1)^2 = 4$

b) $x^2 - 2 = -5x$

c) $(3x+1).(9x^2 - 6x + 1) = 0$

4.2 **Résous** les inéquations suivantes **:**

a) $x(x^2 - 5) < 0$

b) $-4x^2 + 8x - 3 \geq 0$

4.3 **Etudie le signe** de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{-x^2+3x-2}{2x-1}$$

4.4 **Pour aller plus loin :**

Après avoir précisé les conditions d'existence, **simplifie** l'expression ci-dessous.

$$\frac{x^2 - 16}{2x^2 - 11x + 12}$$

5. Justifier

5.1 Le tableau de signe de la fonction f est donné ci-dessous.

x		$\frac{3}{2}$	
$f(x)$	-	////////	-

➤ Parmi les expressions analytiques ci-dessous, quelle est celle de la fonction f dont le TDS est donné ?

$2x-3$	$\frac{4}{(2x-3)^2}$
$\frac{-4}{(2x-3)^2}$	$(2x-3)^2$
$-4(2x-3)^2$	$\frac{1}{2x-3}$

$f(x) = \cdots$

➤ **Justifie** ton choix en explicitant tes arguments

5.2 Voici la résolution de l'équation : $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$ proposée par Maxime lors du test formatif :

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$
$$x(x^2 - 2x - 3) = 0$$
$$x(x-3)(x-1) = 0$$
$$x = 0 \quad ou \quad x = 3 \quad ou \quad x = 1$$

Vérifie si les solutions que Maxime propose sont correctes.
Laisse une trace de ta démarche **.**

5.3 Pour chacune des équations et inéquations ci-dessous, **précise** le nombre de solutions.

Justifie chacune de tes réponses en choisissant la représentation graphique correspondant à la situation parmi les 5 données ci-dessous et entoure les éventuelles solutions.

a) L'équation $x^2 + 4 = 0$ admet ……………………solution(s) ➔ graphique n°…

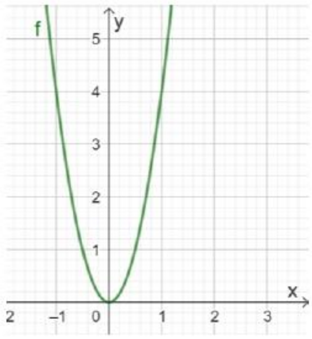
b) L'équation $x^2 - 4 = 0$ admet ……………………solution(s) ➔ graphique n°…

c) L'équation $4x^2 = 0$ admet ……………………solution(s) ➔ graphique n°…

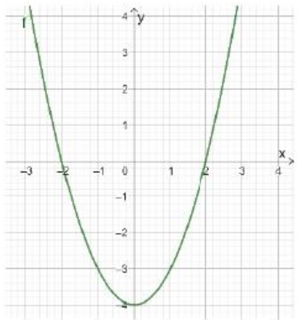
d) L'inéquation $x^2 + 4 > 0$ admet ……………………solution(s) ➔ graphique n°…

e) L'inéquation $(x + 4)^2 < 0$ admet ……………………solution(s) ➔ graphique n°…

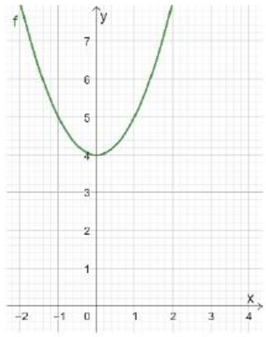
Graphique 1



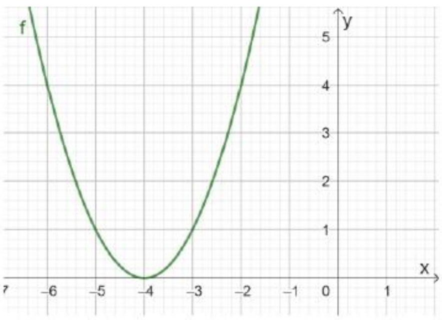
Graphique 2



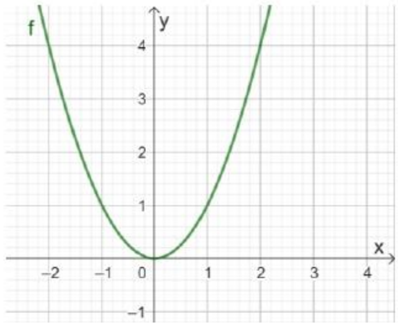
Graphique 3



Graphique 4

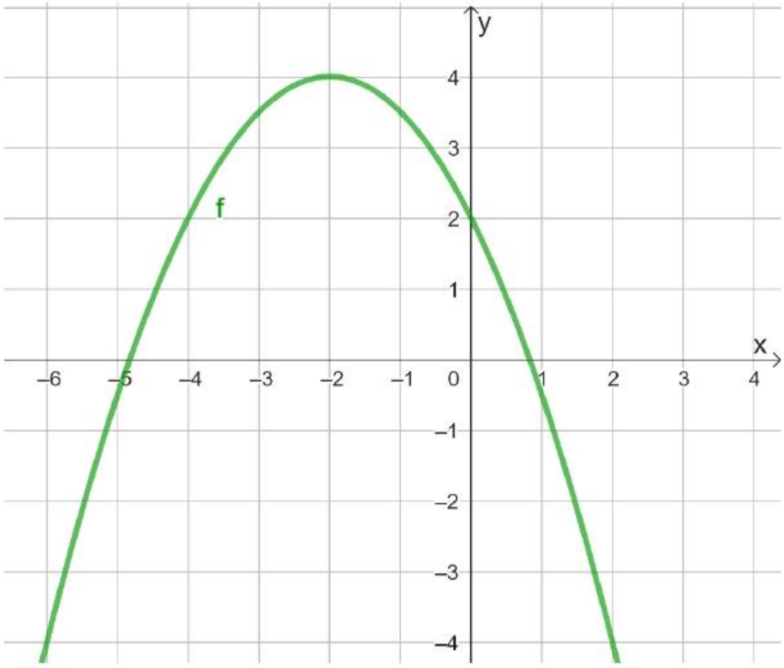


Graphique 5



6. Modéliser

6.1 **Déterminer <u>avec exactitude</u> l'expression analytique** de la fonction f du deuxième degré représentée ci-dessous.



Démarche suivie :

$$f(x) = \cdots.$$

6.2 **Détermine une expression analytique** d'une fonction du second degré qui admet le tableau de signes ci-dessous

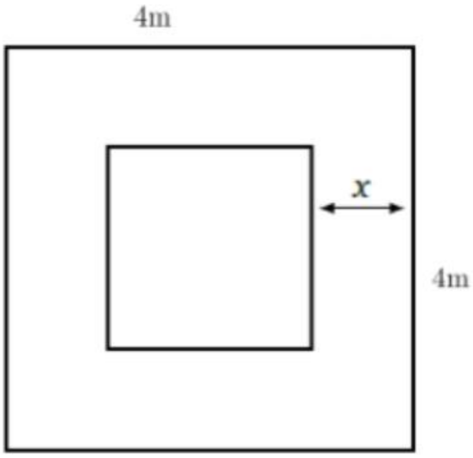
x		-1		2	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Démarche suivie :

$$f(x) = \cdots.$$

7. Transférer

7.1 Dans les jardins du Château de Versailles, le jardinier souhaite entourer un parterre de fleurs d'un chemin de pierres.
L'ensemble forme un carré de 4 m de côté comme indiqué dans la figure ci-contre. Quelle doit être la largeur du chemin pour que l'aire du parterre de fleurs soit égale à l'aire du chemin ?



Choisis un des deux problèmes ci-dessous et résous-le :

7.2 Un morceau de fil de fer de 24 cm de long est plié pour former un rectangle de longueur x et de largeur y.
   a) Exprime l'aire du rectangle formé avec le fil de fer en fonction de x
   b) Quelles sont les dimensions du rectangle (longueur et largeur) dont l'aire est maximale ?

7.3 Après plusieurs relevés, un scientifique a modélisé une passe de volley-ball : celle de Clément à son coéquipier Florian.
La hauteur du ballon $h(t)$ en fonction du temps est
$h(t) = -0{,}5t^2 + 2t + 1$ où $h(t)$ est exprimée en mètres et t en secondes.

Réponds aux questions et justifie tes réponses :

a) A quelle hauteur Clément commence-t-il sa passe ?
b) Quelle hauteur maximale le ballon atteint-il ? A quel moment atteint-il cette hauteur ?
c) Florian ne réussit pas à toucher le ballon que Clément lui passe. Combien de temps après la passe de Clément le ballon atteint-il au sol ?
d) Durant combien de temps le ballon est-il en phase de descente ?
e) La hauteur du filet est de 2,5 mètres. Durant combien de temps le ballon est-il à une hauteur supérieur à celle du filet ?

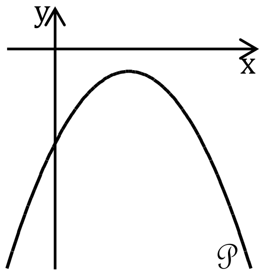
1] Réalise l'étude complète des fonctions du deuxième degré comme vu en classe. Construis les paraboles.

1	$P \equiv f(x) = 2\,x^2 - 4\,x + 5$	3	$P \equiv f(x) = -4\,x^2 + 12\,x - 9$
2	$P \equiv f(x) = -x^2 - 5\,x$	4	$P \equiv f(x) = x^2 + 8\,x + 7$

2] Si $P \equiv y = a\,x^2 + 6\,x - 5$, détermine la valeur de a pour que le sommet soit le point $S(3\,;4)$.

3] Détermine la valeur de m pour que la parabole P d'équation $f(x) = 9\,x^2 + (m + 1)\,x + m$ ait l'axe y comme axe de symétrie.

4] Détermine, *en justifiant chaque réponse*, le signe de a , c , ρ , t et u pour la parabole $P \equiv y = a\,x^2 + b\,x + c$ dont l'allure est représentée.



5] Factorise les expressions au maximum. Réalise ensuite le tableau de signe de ces expressions.

1	$4\,x^2 - 8\,x - 5$	3	$-4\,x^2 + 4\,x - 1$
2	$(4\,x^2 - 36\,x)\,.\,(5\,x^2 - 125)$	4	$-x^3 - 2\,x + 3$

6] Résous, dans $\mathbb{R}$, les équations en utilisant la méthode la plus rapide.

1	$7\,x^2 + 58\,x - 45 = 0$	6	$64\,x^2 - (7\,x - 3)^2 = 0$
2	$4\,x + x^2 - 1 = 0$	7	$12\,x + 3\,x^3 - x^4 + 16 = 0$
3	$13 + 7\,x^2 = 18\,x$	8	$(4\,x - 3)^2 + 5\,(4\,x - 3) = 0$
4	$49\,x^2 + 140\,x - 629 = 0$	9	$\frac{2\,x}{3\,x - 5} - \frac{3}{x + 4} = \frac{19 - 8\,x}{3\,x^2 + 7\,x - 20}$
5	$36\,x^2 - 4\,x = 0$	10	$\frac{9\,x - 20}{x^2 - 9\,x + 20} + \frac{x^2}{x - 4} = \frac{5\,x}{x - 5}$

7] Résous, dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes.

1	$-3\,x^2 + 5\,x + 2 < 0$	4	$\frac{(2\,x - 3 + 5\,x^2)^3 .\ (7\,x^2 + 8)}{(16 - x^2)\,.\ (-5\,x + 3)^5} \leq 0$
2	$\frac{-11\,(9\,x^2 + 6\,x + 1)}{13\,x - 5\,x^2 - 6} \geq 0$	5	$\frac{-x^3 .\,(36\,x^2 + 64 - 96\,x)\ .\ (x + 5)}{(11\,x - 20 + 3\,x^2)^4} > 0$
3	$15\,x^3 - 8\,x^2 - 9\,x + 2 \geq 0$	6	$\frac{5\,x^8 .\,(-x + 8)^5 .\,(49 - x^2)}{(x^2 - 9\,x + 14)\,.\,(4\,x^2 + 9)} \geq 0$

10]   Résous les problèmes suivants

1 Une société immobilière loue 180 de ses appartements dont le loyer est de 600 € par mois. Elle estime qu'à chaque augmentation du loyer de 20 €,
elle loue 5 appartements de moins.
Toutefois, la société ne veut pas louer ses appartement à plus de 800€.
Si x est le nombre d'augmentations de prix de 20€
alors la recette mensuelle R (en €) est donnée par $R(x) = -100\ x^2 + 600\ x + 108000$

a) Détermine les conditions à imposer à x
b) Vérifie que R(x) = – 100 x2 + 600 x + 108000
c) Détermine le montant du loyer pour assurer à la société une recette mensuelle maximale.
   Détermine alors le nombre d'appartements occupés et le montant de la recette mensuelle dans ce cas optimal.
d) Détermine après combien d'augmentations la recette mensuelle sera minimale
   et alors le montant de cette recette mensuelle minimale.

---

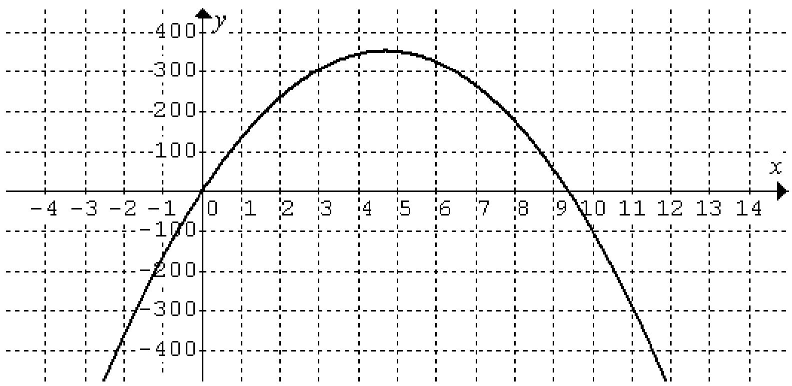
2 Un maître nageur dispose de 180 m de cordage avec flotteurs pour délimiter une aire de baignade rectangulaire dans la mer le long d'une rive rectiligne d'une plage (il ne place pas de cordage le long de la rive). Il veut que la superficie de l'aire de baignade soit maximale.
Si x est la mesure (en m) des côtés perpendiculaires à la rive
alors l'aire A (en m^2) de l'aire de baignade est donnée par $A(x) = -2\ x^2 + 180\ x$

a) Détermine les conditions à imposer à x
b) Vérifie que $A(x) = -2\ x^2 + 180\ x$
c) Détermine les dimensions de cette aire de baignade ainsi délimitée

pour que son aire soit la plus grande possible.
Détermine l'aire maximale de cette aire de baignade dans ce cas.

---

3 Un objet est lancé vers le haut. Sa hauteur (h) en mètres en fonction du temps (x)
en secondes est donnée par la fonction du second degré $y = h(x) = 150\ x - 16x^2$ et
est représentée ci-contre.



Détermine par calcul et vérifie graphiquement

e) la hauteur de l'objet après 2 secondes.
f) les moments ou l'objet est au sol.
g) la hauteur maximale atteinte par l'objet.

---

4 Une entreprise fabrique des poutres métalliques qu'elle vend 2300 € la tonne.
Si x est le nombre de tonnes produites
alors le bénéfice B (en €) est donné par $B(x) = -400\ x^2 + 5600\ x - 6400$

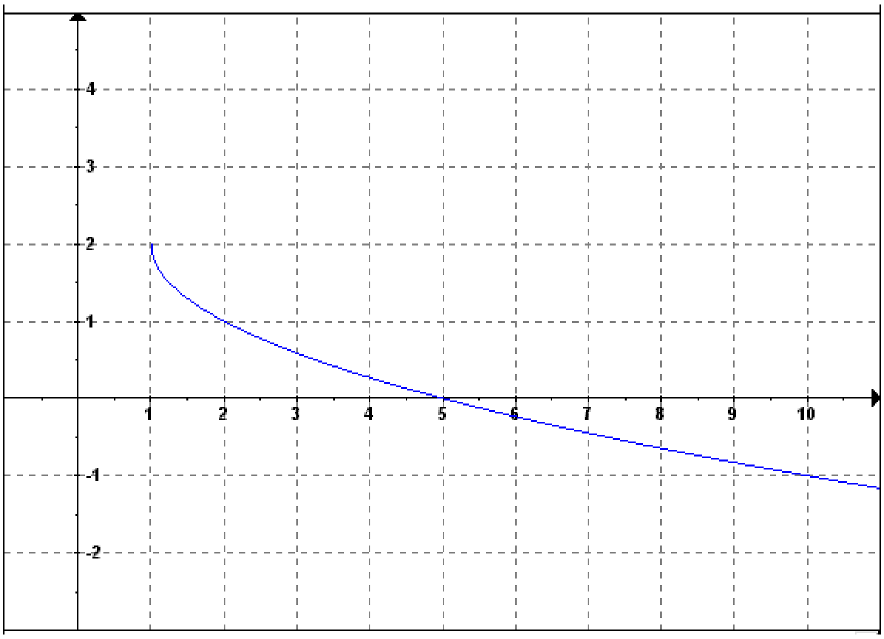
a) Détermine le nombre de tonnes que l'entreprise devra produire pour obtenir un bénéfice maximum.
b) Détermine le montant de ce bénéfice maximal.
c) Détermine, en arrondissant au 100ème, le nombre minimum et le nombre maximum de tonnes à produire pour réaliser un bénéfice.

Les fonctions de référence

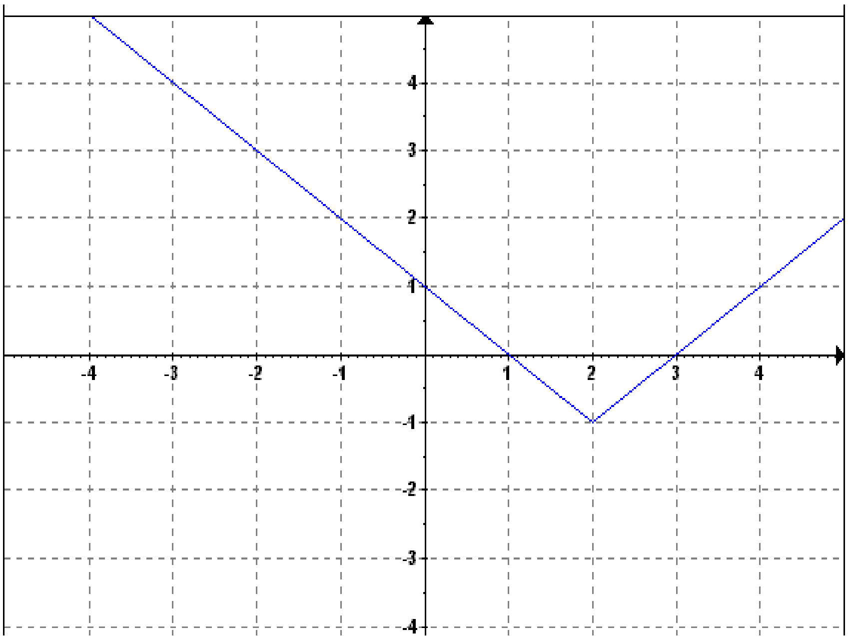
1] **Détermine l'expression analytique** de chacune des fonctions correspondant aux graphiques ci-dessous en utilisant les points marqués.

Pour ce faire, **détaille les étapes successives** permettant leur construction à partir de la fonction de référence et **dessine-les**

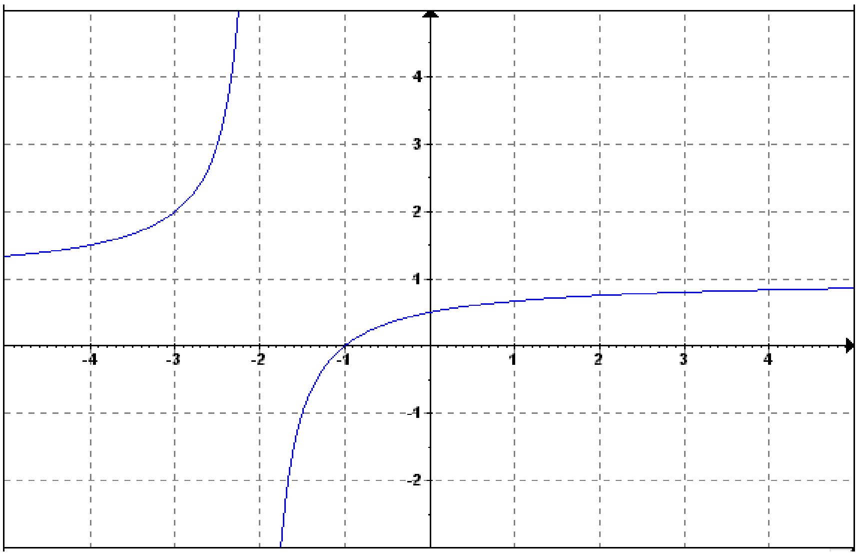
A



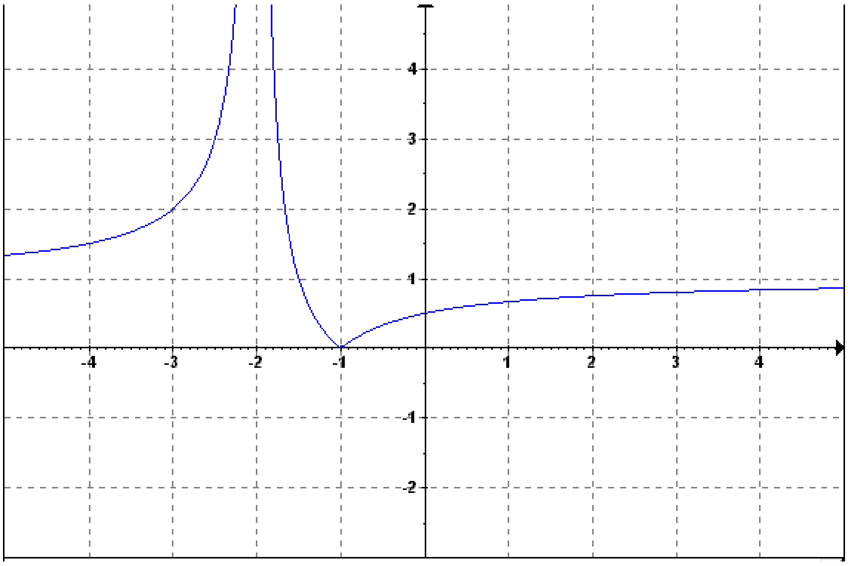
B



C

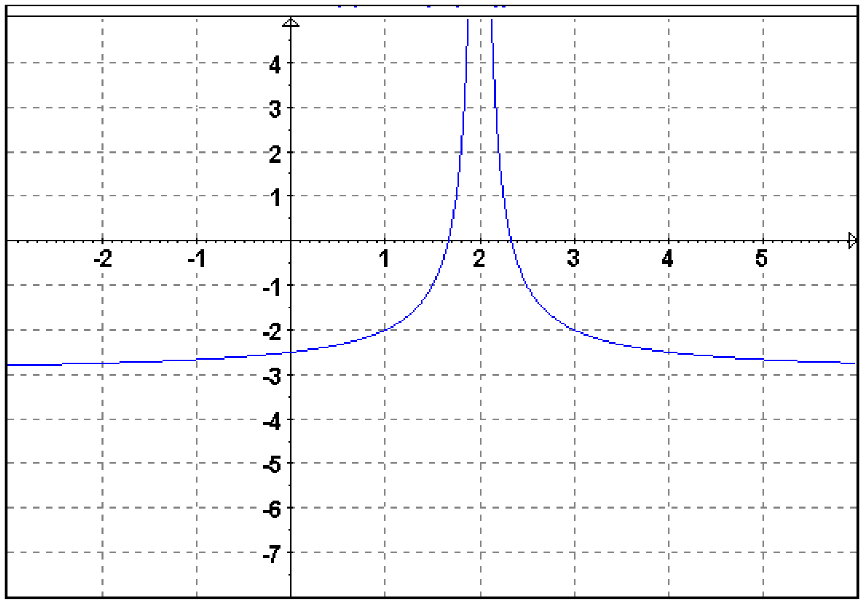


D

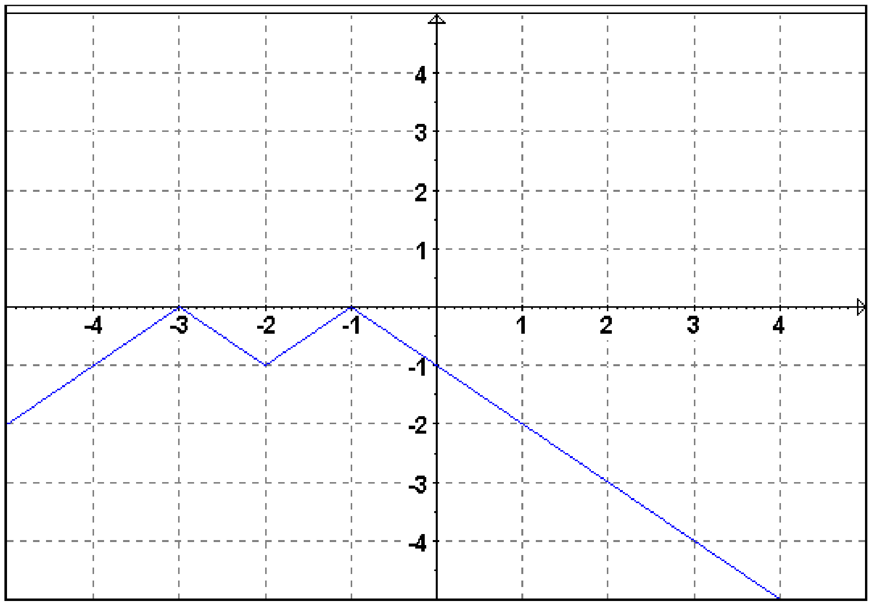


Exercices corrigés de manipulation de graphe. Retrouver les manipulations. Terminer en donnant l'expression analytique des fonctions.

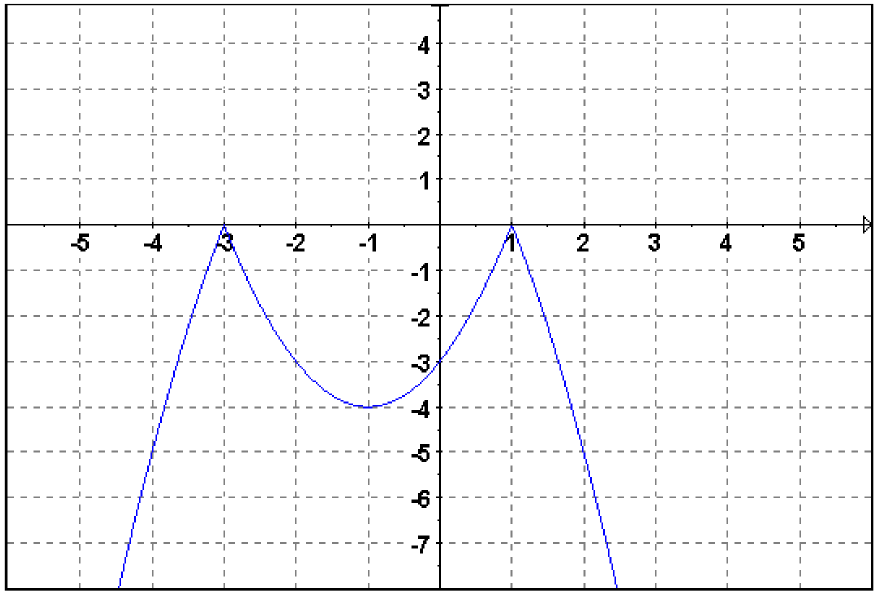
A



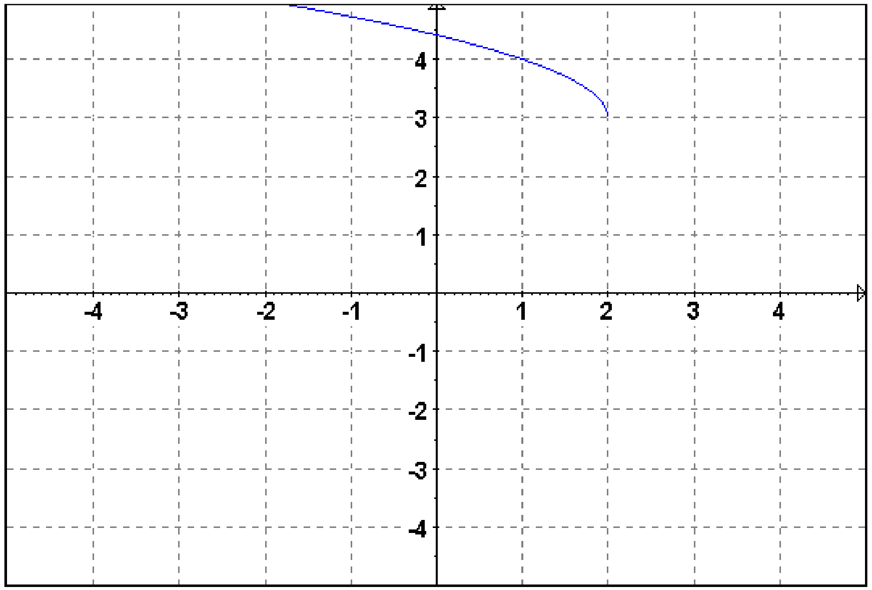
B



C

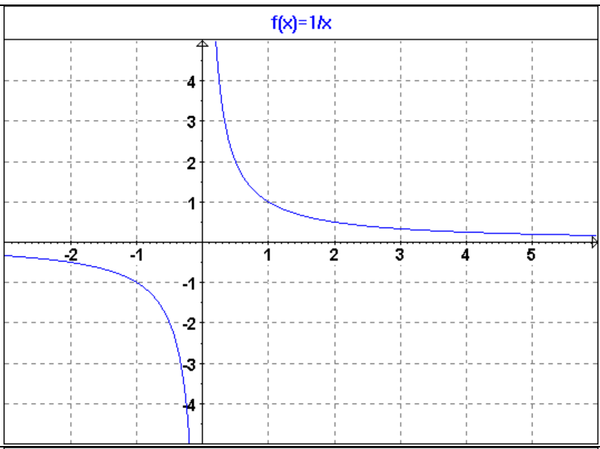


D

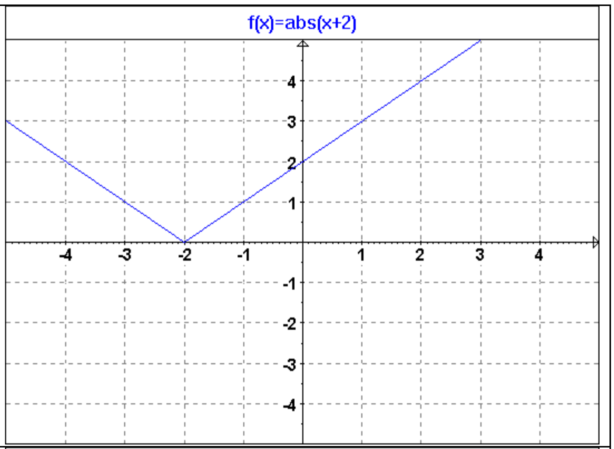


Solutions

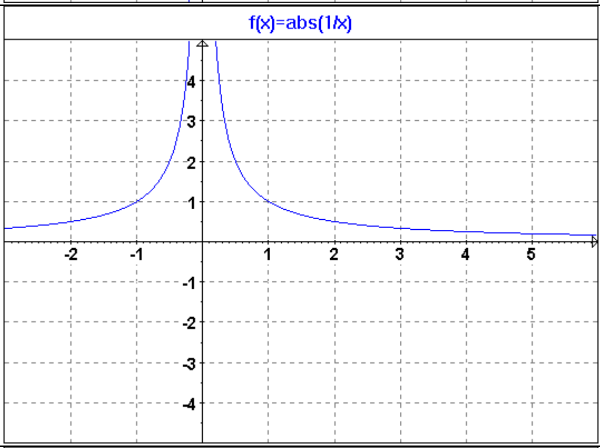
A1



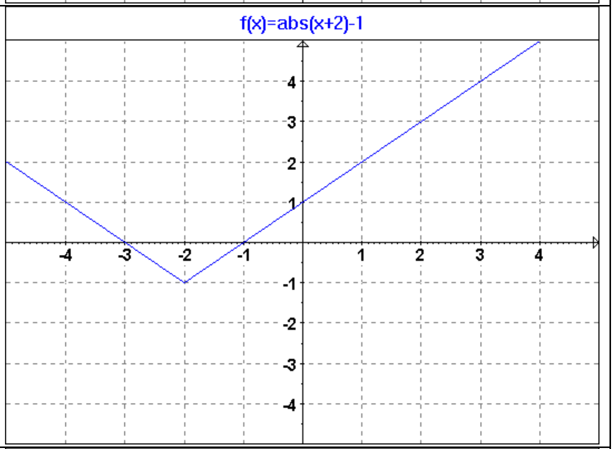
B1



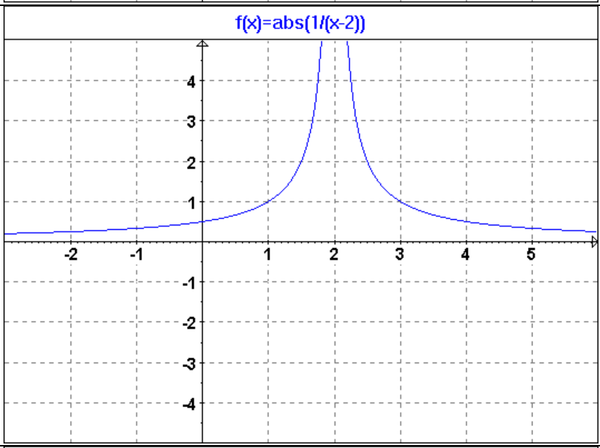
A2



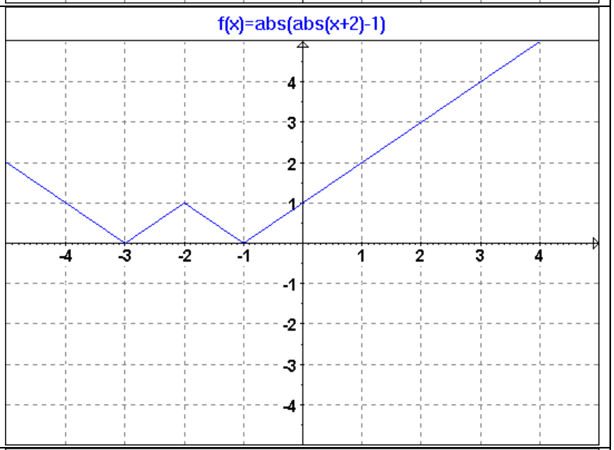
B2



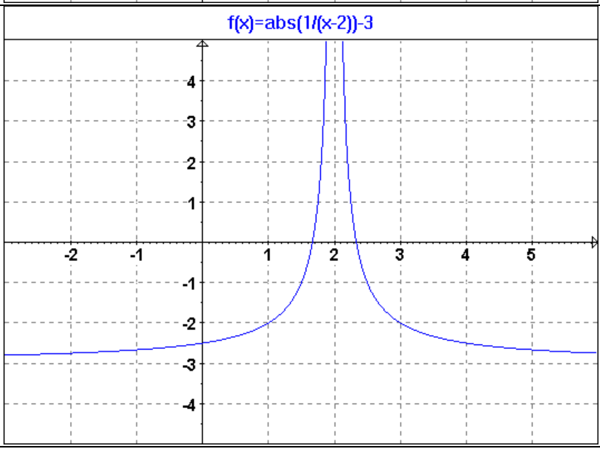
A3



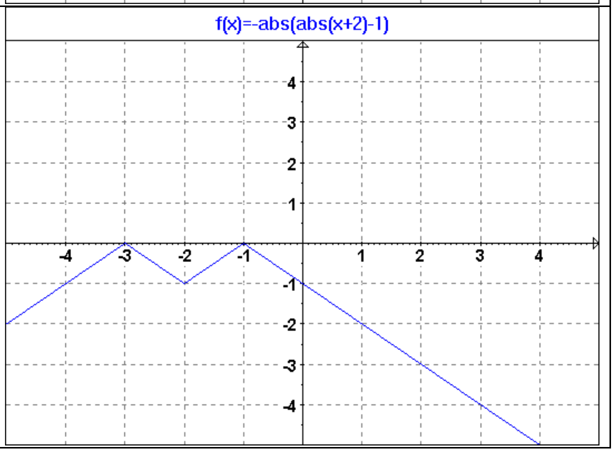
B3



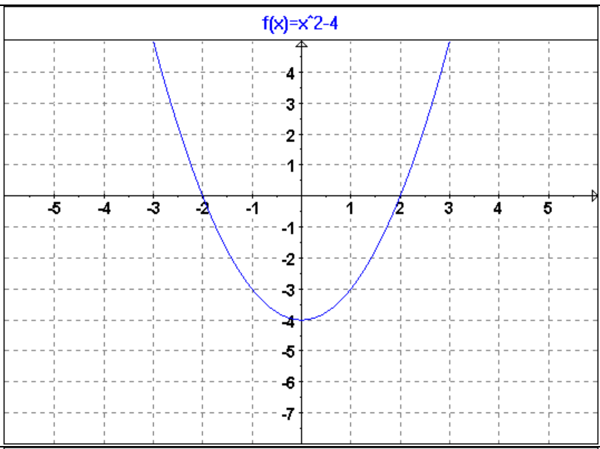
A4



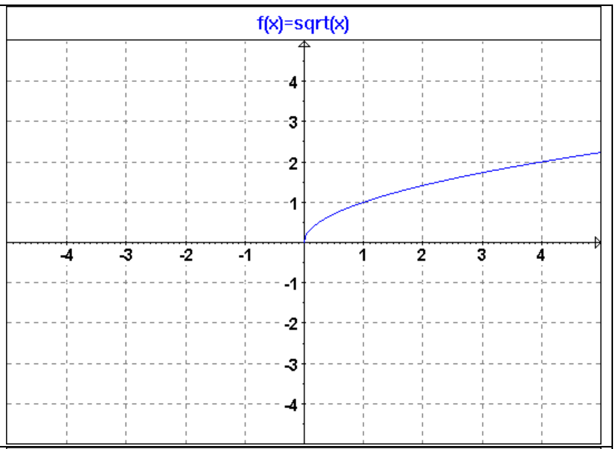
B4



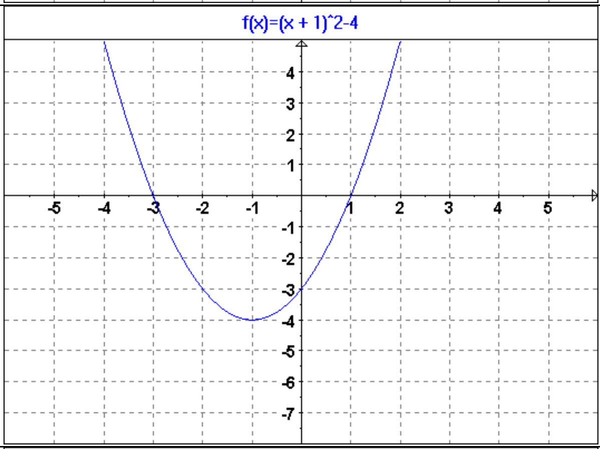
C1



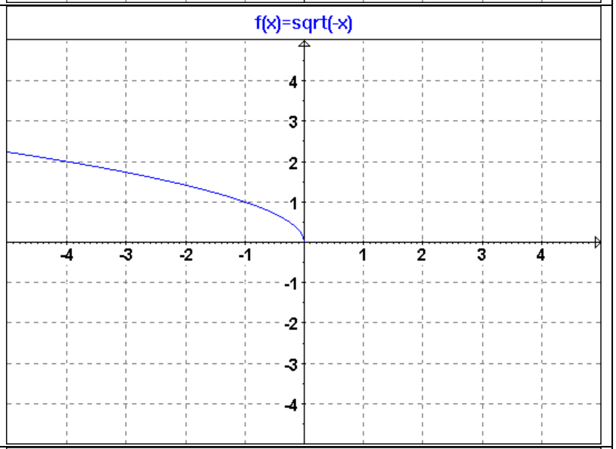
D1



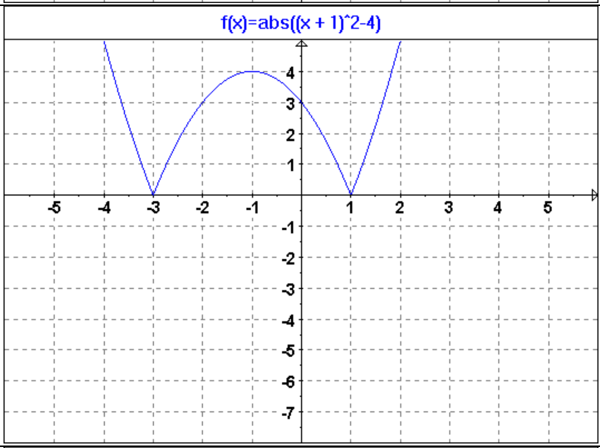
C2



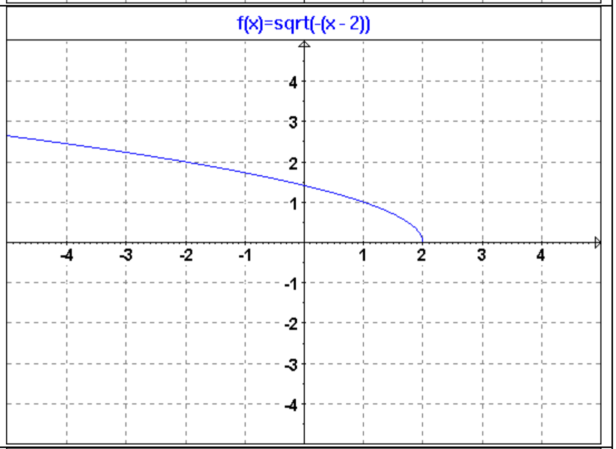
D2



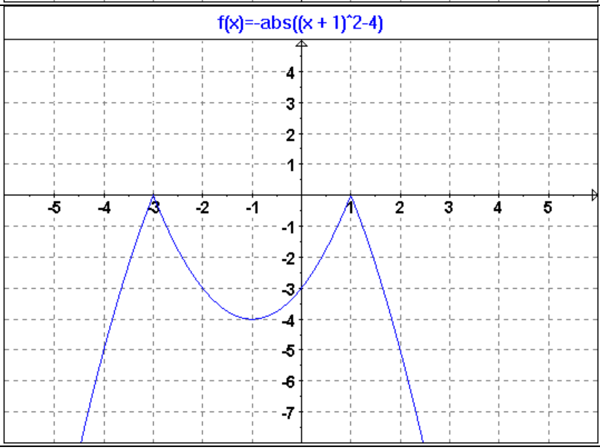
C3



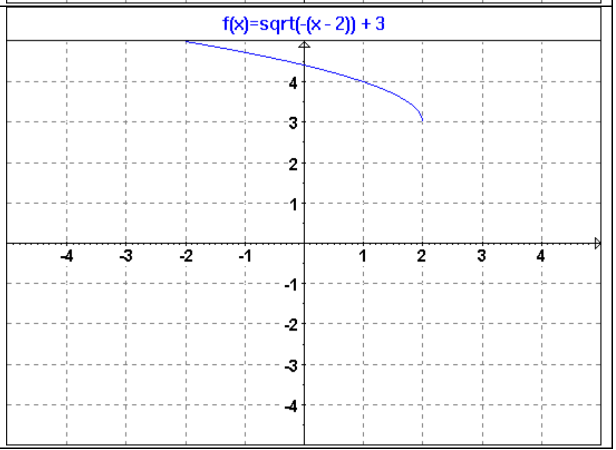
D3



C4



D4



2] En partant de fonction usuelle que tu préciseras, représente les fonctions suivantes. Précise l'ensemble des étapes ainsi que les transformations du plan utilisées.

a) $f(x) = x^2 + 3$

b) $f(x) = \sqrt{x-2}$

c) $f(x) = 2x^3$

d) $f(x) = \frac{1}{2x}$

e) $f(x) = 3 - 2x^2$

f) $f(x) = 3(x-2)^2 + 1$

g) $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1$

h) $f(x) = \left|\frac{1}{2}\sqrt[3]{x-1} - 2\right|$

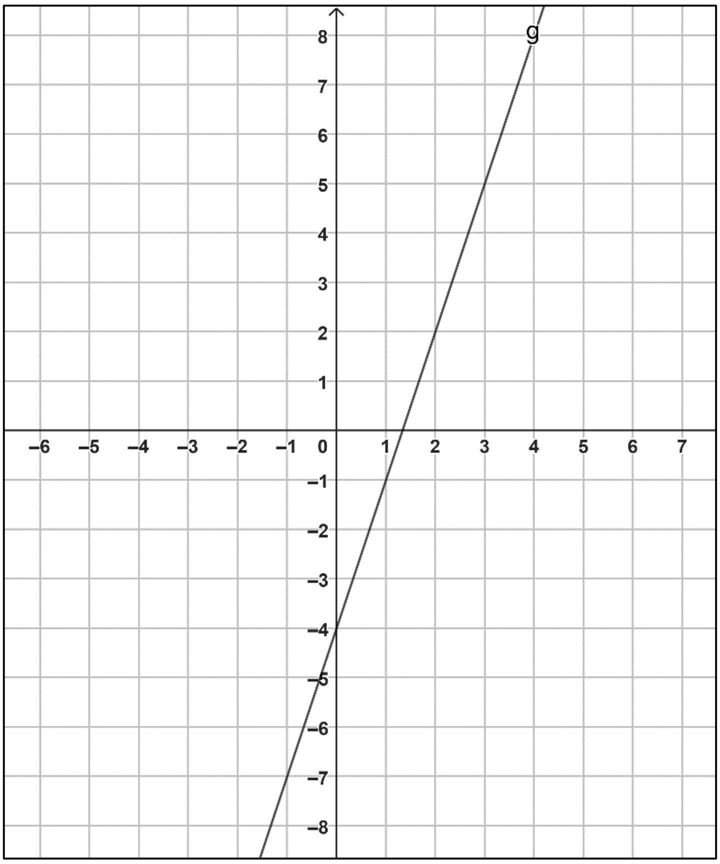
Equation de droites

1] Dans le repère orthonormé ci-contre :

a) trace (et annote) la droite e d'équation
$e \equiv y = -2x + 3$

b) trace (et annote) la droite f d'équation
$f \equiv y = \frac{3}{2}x$

c) Détermine l'équation de la droite g tracée ci-contre



2] Dans un repère orthonormé, on donne la droite $e \equiv y = 2x + 7$ et les points A(1 ; –2) , B(–2 ; 3) , C(1 ; 3) , D(3 ; 6) .

a) Détermine l'équation de la droite AB

b) Détermine l'équation de la droite AC

c) Détermine l'équation de la droite BC

d) Vérifie si le point B appartient à la droite e

e) Vérifie si le point D appartient à la droite e

f) Détermine l'équation de la droite f contenant le point A et parallèle à la droite e

g) Détermine l'équation de la droite g contenant le pt B et perpendiculaire à la droite e

h) Calcule les coordonnées du point H milieu du segment [AB]

i) Vérifie que le triangle ABD est rectangle en B.

3] Détermine les coordonnées du point d'intersection des deux droites $d_1 \equiv y = 3x + 5$ et $d_2 \equiv y = -x + 1$

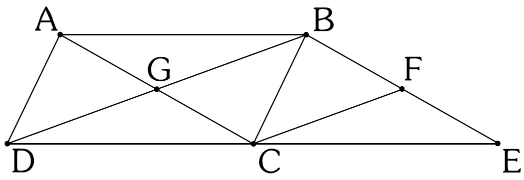
4] Compare la position relative des droites q, r, s et t

$q \equiv 4x + 5y - 6 = 0$
$r \equiv 5x - 4y + 3 = 0$
$s \equiv 8x + 10y + 6 = 0$
$t \equiv -2{,}5x + 2y - 1{,}5 = 0$

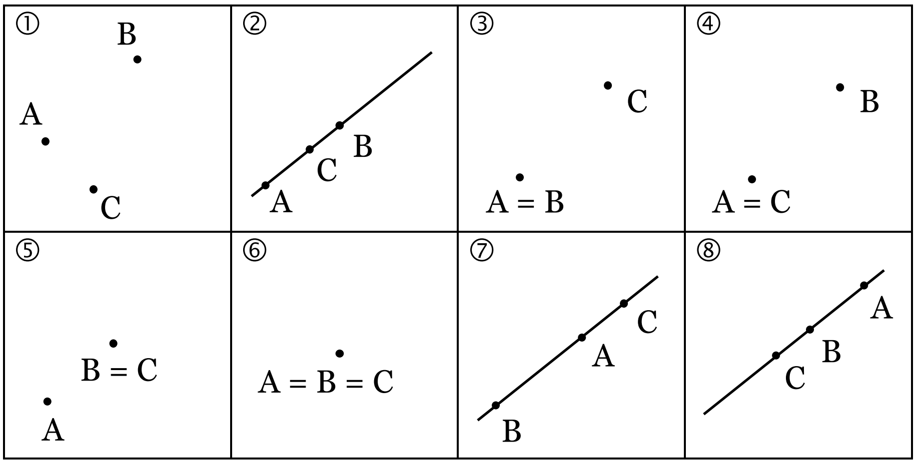
VECTEURS

Notion de vecteurs

1) On donne le parallélogramme ABCD et le triangle BEC. De plus, E∈DC, BE // AC et CF // DB.
Trouve tous les vecteurs égaux dont les origines et les extrémités sont choisies parmi les lettres A, B, C, D, E, F, G.

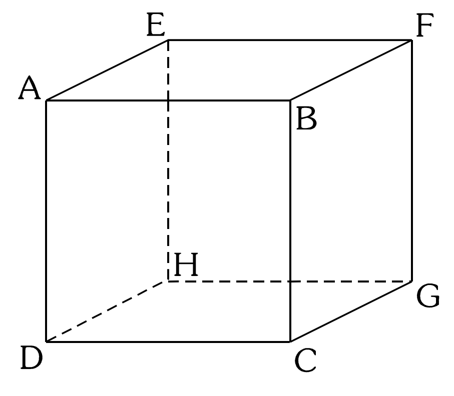


2) Place le point X de telle manière que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CX}$.



3) La figure ci-contre représente un parallélépipède. Complète le tableau.

Vecteur	Origine	Extrémité	
$\overrightarrow{EF}$ = ?	D		$\overrightarrow{EF}$ =
$\overrightarrow{FH}$ = ?		D	$\overrightarrow{FH}$ =
$\overrightarrow{AD}$ = ?	E		$\overrightarrow{AD}$ =
$\overrightarrow{EG}$ = ?		C	$\overrightarrow{EG}$ =
$\overrightarrow{AA}$ = ?	B		$\overrightarrow{AA}$ =



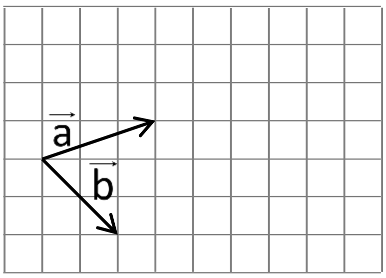
4) Dessine un représentant de chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ selon leurs positions relatives:

et	les deux représentants sont consécutifs	les deux représentants ont même origine	les deux représentants ont la même extrémité
les deux vecteurs n'ont pas la même direction			
les deux vecteurs ont la même direction et le même sens			
les deux vecteurs ont la même direction et sont de sens contraires			

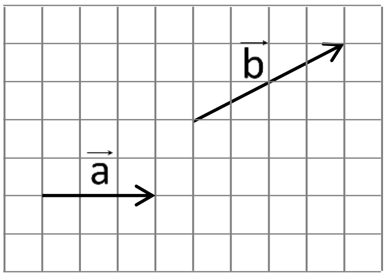
Somme de vecteurs

5) Dans chacun des cas suivants, détermine un représentant de $\vec{a}+\vec{b}$.

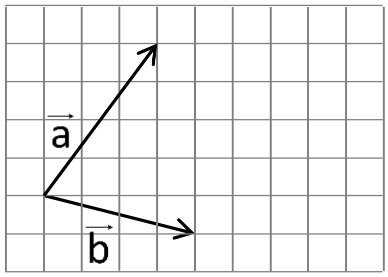
1)



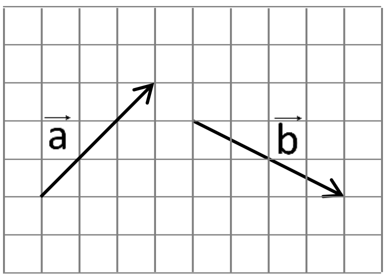
2)



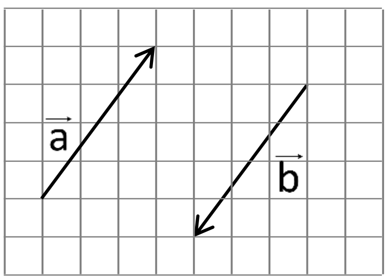
3)



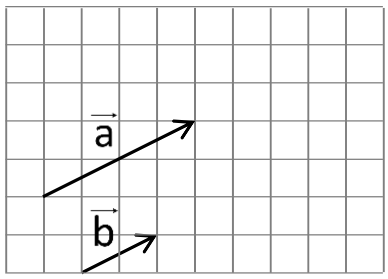
4)



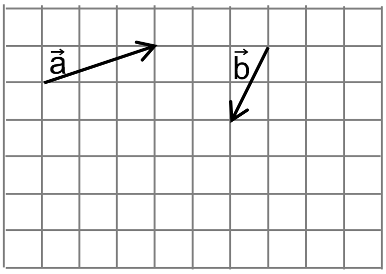
5)

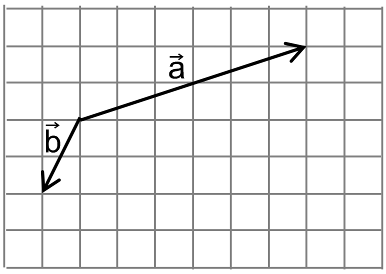


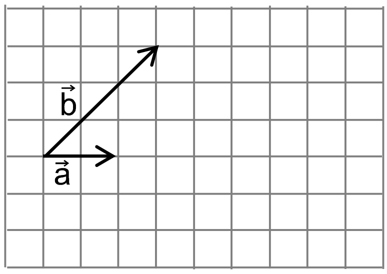
6)

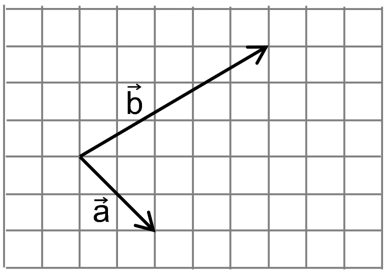


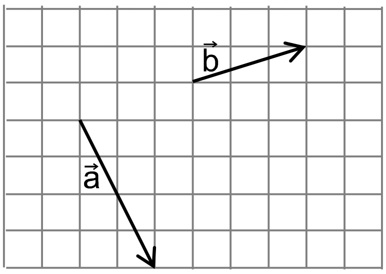
6) Dans chacun des cas suivants, détermine un représentant de $\vec{a}-\vec{b}$.

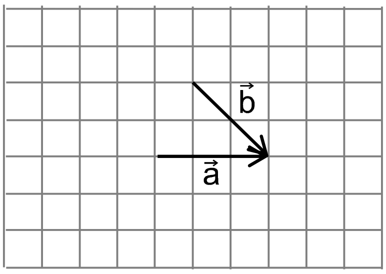










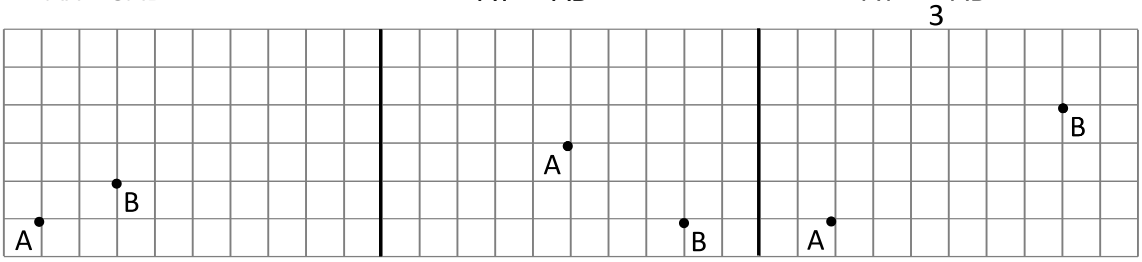


Produit d'un vecteur par un réel

7) a) Construis X tel que $\overrightarrow{AX} = 3\overrightarrow{AB}$

b) Construis Y tel que $\overrightarrow{AY} = -\overrightarrow{AB}$

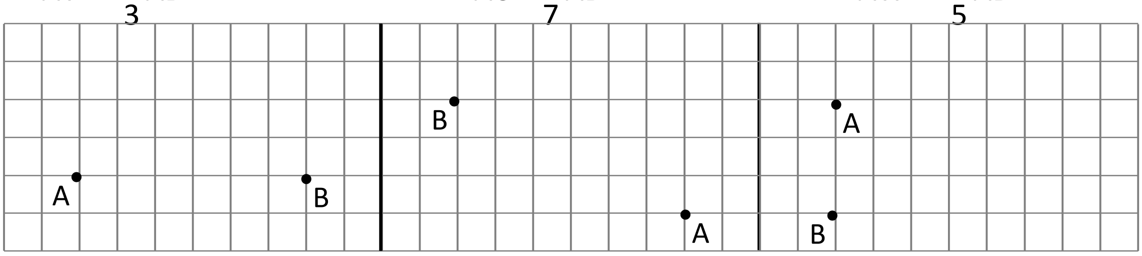
c) Construis T tel que $\overrightarrow{AT} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



d) Construis V tel que $\overrightarrow{AV} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

e) Construis U tel que $\overrightarrow{AU} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$

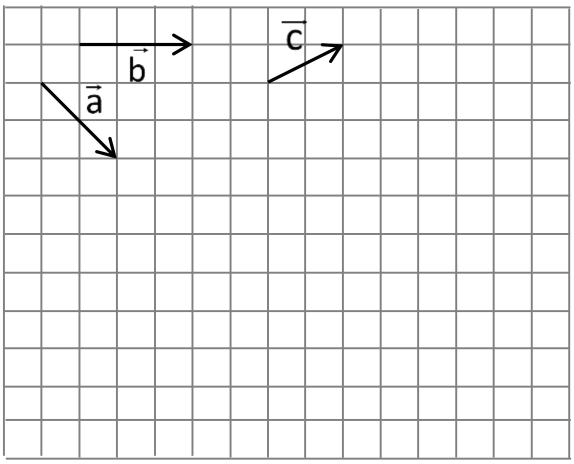
f) Construis W tel que $\overrightarrow{AW} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

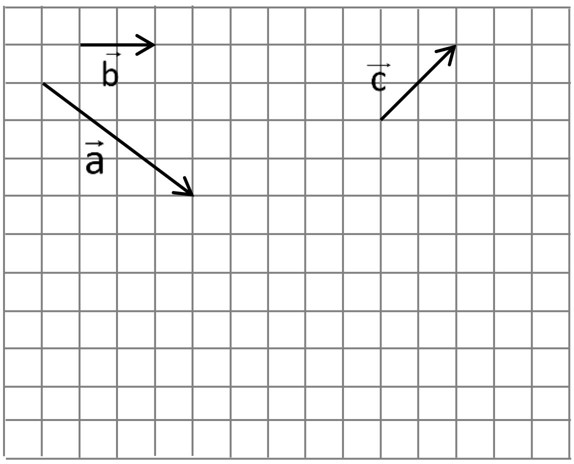


8) Dans chacun des cas suivants, construis un représentant du vecteur $\vec{u}$:

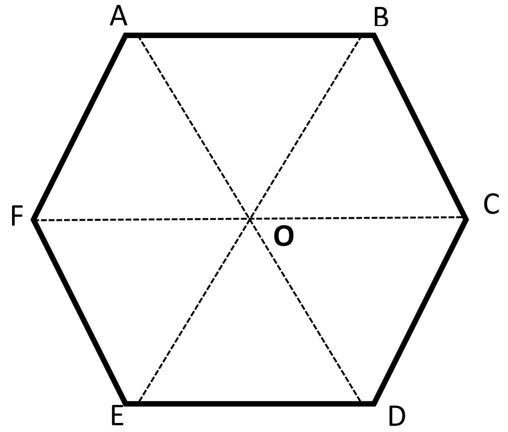
a) $\vec{u} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$

b) $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$





9)



La figure ci-contre est un hexagone régulier. Effectue les sommes vectorielles proposées. Les réponses seront formulées à l'aide des points de la figure.

1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FE}$

2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OD}$

3) $\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OB}$

4) $2.\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{EF}$

5) $\overrightarrow{ED}-(2.\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{AF})$

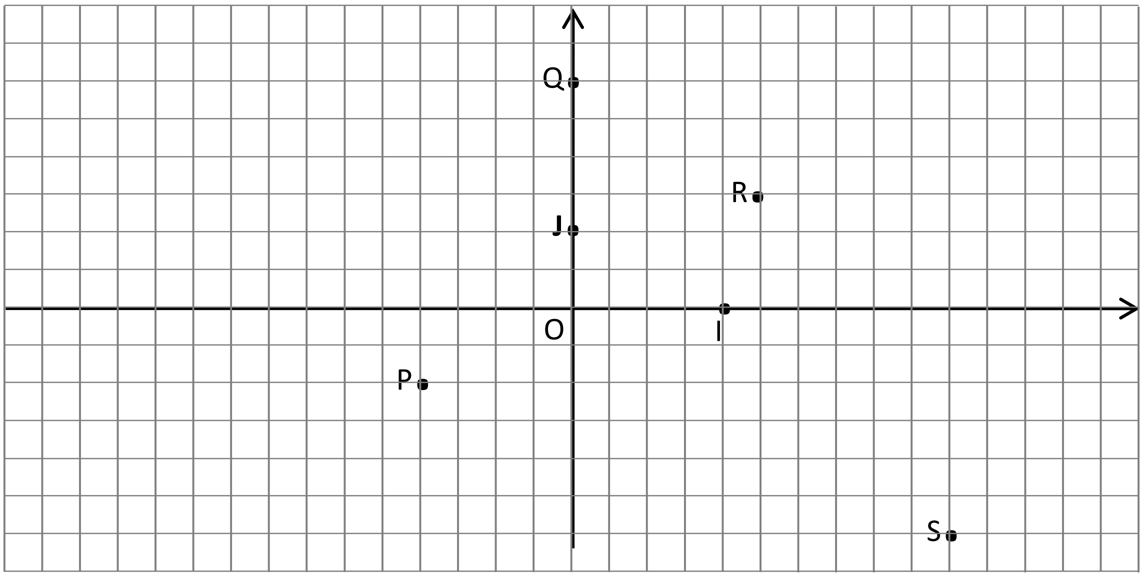
6) $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{OE}$

Coordonnées de points - Composantes de vecteurs.

10) Dans le repère (0 , I , J),

a) Détermine les coordonnées des points P, Q, R, S

b) Place les points A(2 ; -1), B(- 3; 2), C(1; 0), D(0; $-\frac{3}{2}$), E(-2; $\frac{5}{2}$)



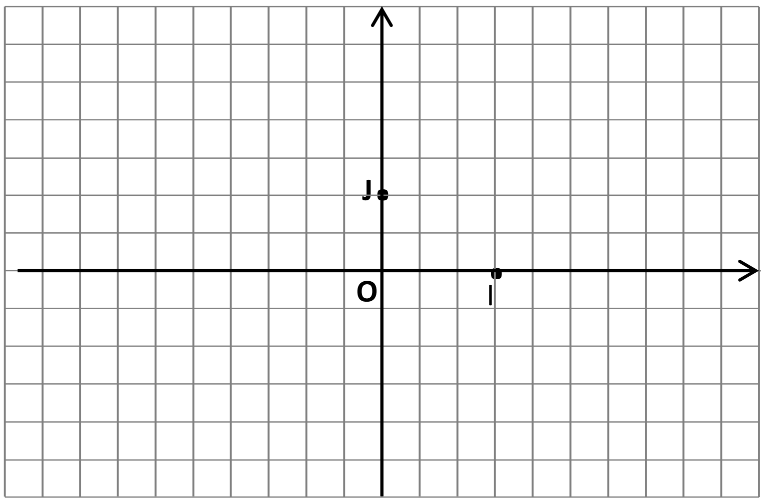
11) *Olympiades de maths 2012*

Muni de la boussole qu'il vient de recevoir, Max Lexplorateur est parti du point de départ D, a parcouru 24 pas vers l'est, 9 pas vers le nord, 21 pas vers l'ouest, 15 pas vers le nord et enfin 4 pas vers l'est. Il est ainsi arrivé au point A. Combien de pas aurait-il économisés s'il avait marché en ligne droite de D à A?

Réponses : *A : 44* *B : 45* *C : 46* *D : 47* *E : 48*

12) Dans un repère (0 , I , J) , représente les vecteurs donnés par leurs composantes :

Vecteur	Comp.
$\vec{u}$	(2 ; 1)
$\vec{v}$	(-1 ; 2)
$\vec{w}$	$\left(\frac{-5}{3};\frac{3}{2}\right)$
$\vec{x}$	$(3 ; -\frac{1}{2})$
$\vec{y}$	(2 ; 0)



13) Dans un repère orthonormé (0, I, J), on donne les points A(2,1), B(-2, 5), C(0, 3), D(2, -3).
   a) Détermine les composantes et la norme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
   b) Calcule les composantes et la norme de : $2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

14) Dans un repère (0, I, J), on donne les points A(2 ; 3), B(-3 ; 1), C(1 ; 2).
   Recherche les coordonnées de :
   D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,
   E tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BE}$

15) Dans un repère (0 , I , J), on donne les points A(-4 ; 3), B(-1 ; -2), C(5 ; 1)
   a) Choisis un repère et place ces points.
   b) Recherche les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.
   c) Recherche les coordonnées du milieu de [A,B].
   d) Vérifie que les diagonales de ABCD ont le même milieu.

16) a) Les points A(-4,-5) , B (0,1) et C (4, 7) sont-ils alignés ?
   b) Même question pour les points A (-5 ; 4) , B$(-2 ; -\frac{1}{2})$ et C $\left(\frac{-1}{3};-3\right)$.

17) Dans un repère orthonormé (O ; I, J), on donne les points A(1 ; 0), B(4 ; 3), C(9 ; 4) et D(0 ; -5).

   1) Le triangle ABC est-il a) isocèle en A b) rectangle en A ?

   2) Le quadrilatère ABCD est-il
      a) un parallélogramme
      b) un trapèze
      c) un trapèze isocèle ?

18) Dans un repère orthonormé, on donne les points A(3 ; 2), B(-1 ; -1) et C(6 ;-2)
   a) Vérifie que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

b) Détermine l'aire du triangle ABC.

c) Soient M milieu de [AB], N milieu de [BC] et P milieu de [AC].
Vérifie que le triangle MNP est rectangle et isocèle.

d) Détermine l'aire du triangle MNP.

e) L'aire du triangle MNP aurait pu être déduite de celle du triangle ABC. Pourquoi ?

19) Les points A, B et C, qui sont les milieux des côtés d'un triangle XYZ, ont respectivement pour coordonnées, dans un repère orthonormé, (0 ; 0), (3 ; 0) et (0 ; 4).
Quelle est l'aire du triangle XYZ ?
Olympiade mathématique : Eliminatoire Midi 2013

20) Dans un repère orthonormé, le triangle dont les sommets ont pour coordonnées (0 ; -1), (-3 ; 2) et (3 ; 2) est-il
❶ Equilatéral ❷ Isocèle non rectangle ❸ Rectangle non isocèle
❹ Rectangle et isocèle ❺ Ni rectangle, ni isocèle.
Olympiade mathématique : Eliminatoire Maxi 2010

21) Dans un repère orthonormé (O ; I, J), on donne les points A(-2 ; 0), B(2 ; 3), C(1 ;- 4) et D(-2 ; 5).
a) Vérifie que les points B, C et D appartiennent à un même cercle centré en A.
b) Quel est le rayon de ce cercle ?
c) Détermine les coordonnées des points d'intersection de ce cercle avec l'axe des x.

SOLUTIONS DES EXERCICES

1) $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \overrightarrow{DD} = \overrightarrow{EE} = \overrightarrow{FF} = \overrightarrow{GG}$

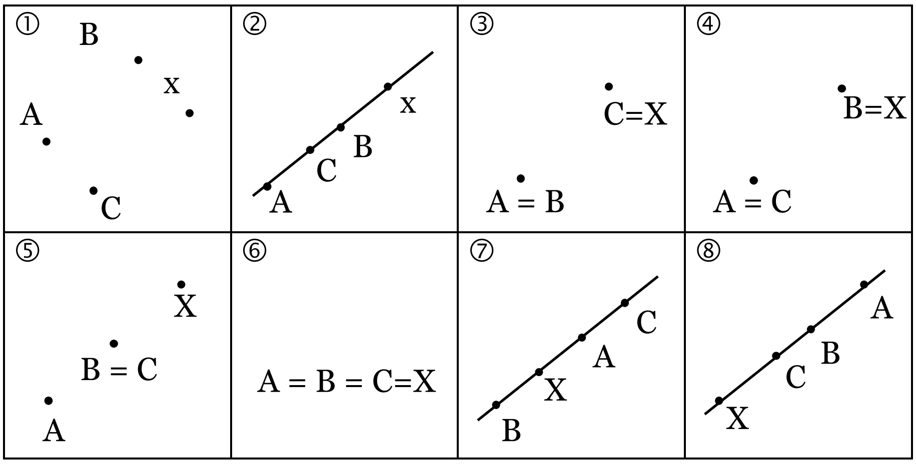
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{GE}$, $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FE}$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{FC}$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{EF}$

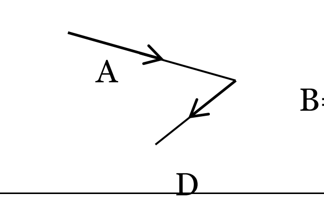
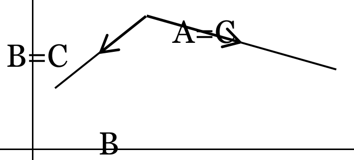
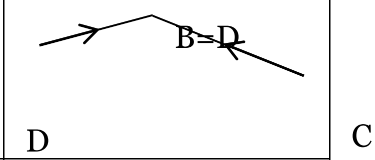
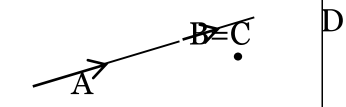
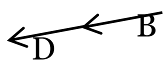
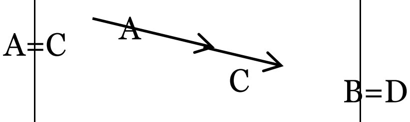
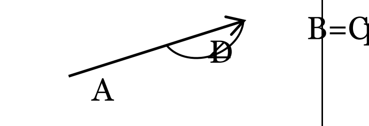
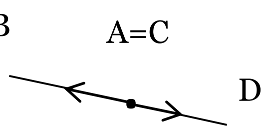
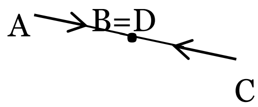
$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{FA}$

2)

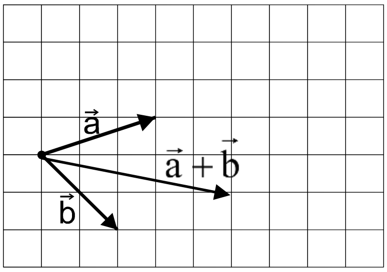


3) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EH}$; $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$

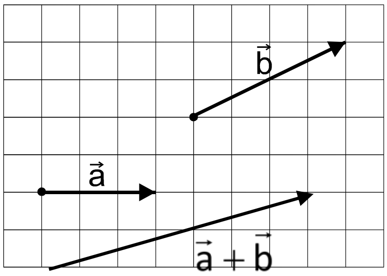
4)

et	les deux représentants sont consécutifs	les deux représentants ont même origine	les deux représentants ont la même extrémité
les deux vecteurs n'ont pas la même direction			
les deux vecteurs ont la même direction et le même sens			
les deux vecteurs ont la même direction et sont de sens contraires			

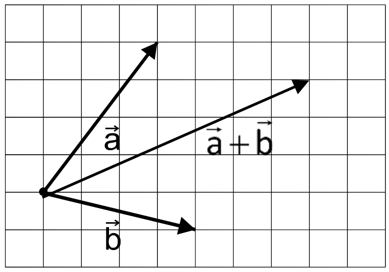
5) 1)



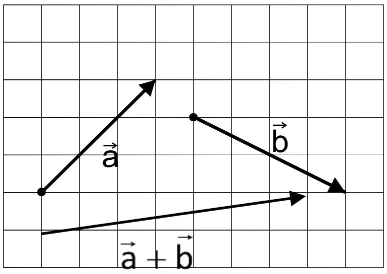
2)



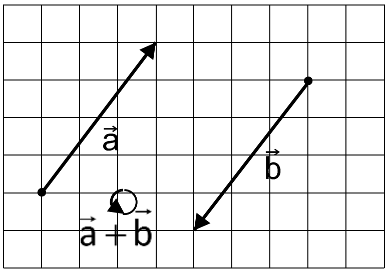
3)



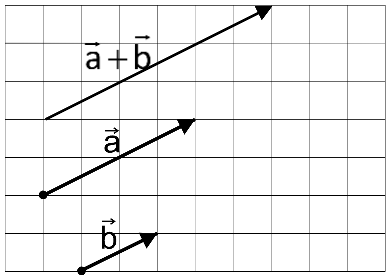
4)



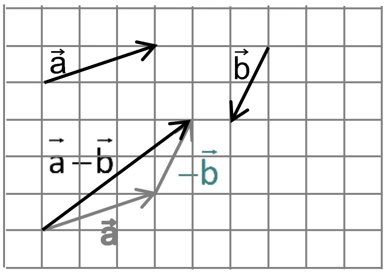
5)

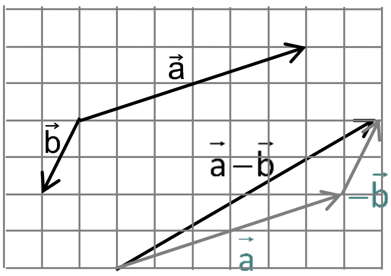


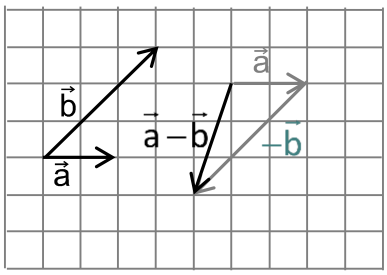
6)

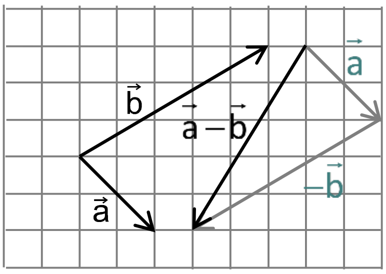


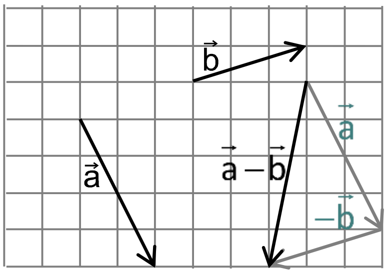
6)

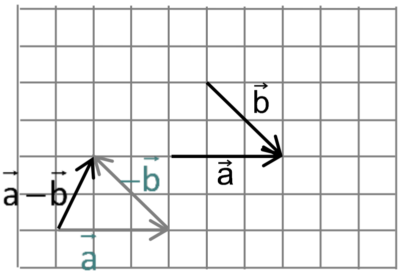




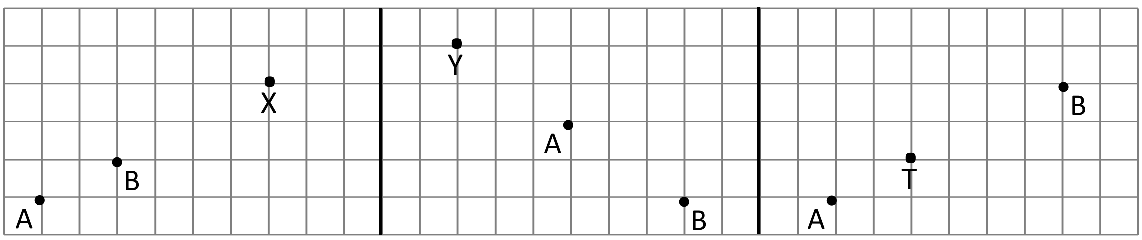


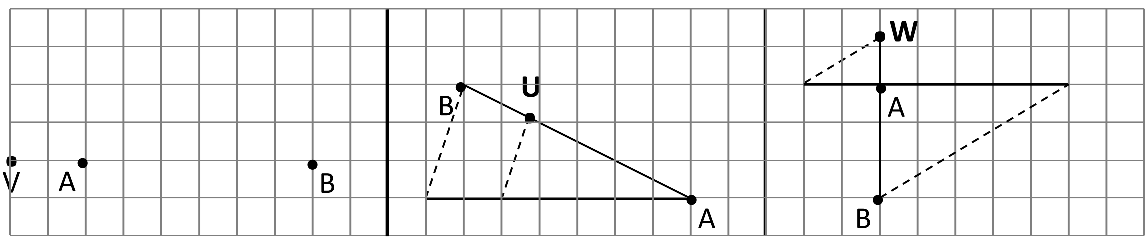




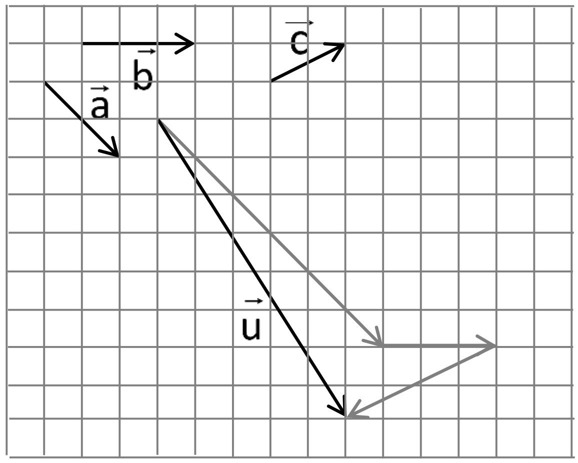


a) b) c)

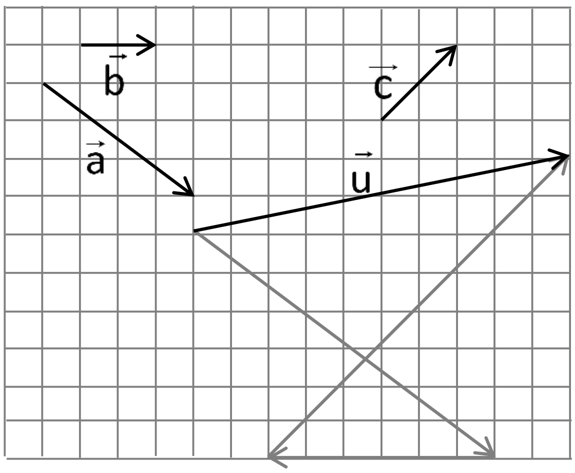




6) a)



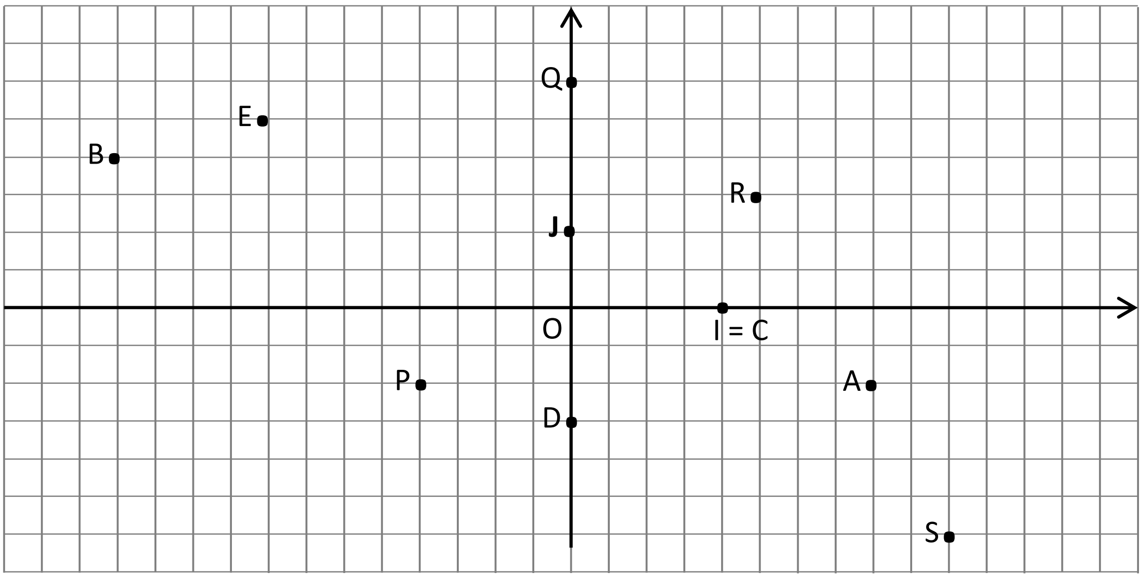
b)



7) 1) $\overrightarrow{AC}$ 2) $\overrightarrow{AD}$ 3) $\overrightarrow{OO}=\vec{0}$ 4) $\overrightarrow{AO}$ 5) $\overrightarrow{EC}$ 6) $\overrightarrow{OO}=\vec{0}$

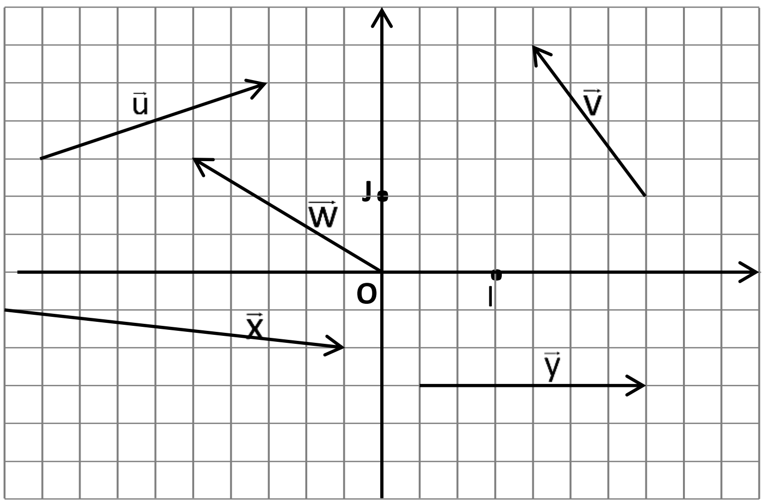
8) a) P $(-1;-1)$, Q $(0;3)$, R $\left(\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{2}\right)$, S $\left(\dfrac{5}{2};-3\right)$

b)



11) 48

12)



13) a) $\overrightarrow{AB} = (-4; 4)$, $\overrightarrow{CD} = (2 ; -6)$, $\|\overrightarrow{AB}\| = 4\sqrt{2}$, $\|\overrightarrow{CD}\| = 2\sqrt{10}$

b) $2\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = (-7 ; 7)$, $\left\|2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right\| = 7\sqrt{2}$

14) D(-4; 0), E$\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

15) b) D = (2 ; 6) c) milieu de [A,B] = $\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$

d) les diagonales se coupent en leur milieu = $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$

16) a) Oui car B est milieu de [AC] b) Oui car $\overrightarrow{AB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{BC}$

17) 1) a) Non car $\|\overrightarrow{AB}\| = 3\sqrt{2} \neq \|\overrightarrow{AC}\| = 4\sqrt{5}$ b) Non car $\|\overrightarrow{BC}\|^2 = 26 \neq \|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 98$

2) a) Non car $\overrightarrow{AB}(3;3) \neq \overrightarrow{DC}(9;9)$ b) Oui car $\overrightarrow{DC} = 3\,\overrightarrow{AB}$ c) Oui car $\|\overrightarrow{AD}\| = \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{26}$

18) a) Le triangle ABC est rectangle en A et isocèle en A.

b) Aire ΔABC = $\frac{25}{2}$ (unité^2)

c) Le triangle MNP est rectangle en N et isocèle en N.

d) Aire ΔMNP = $\frac{25}{8}$ (unité^2)

e) Aire ΔMNP = $\frac{1}{4}$ Aire ΔABC par Thales

19) Aire ΔXYZ = 24 (unité^2)

20) ❹

21) a) OK b) 5 c) (-7 ; 0) et (3 ; 0